Примеры решения задач

(расчётно-графическая работа №1)

Методические рекомендации выполнения расчётно-графической работы

Студенты получают задания на выполнение расчётно-графической работы и берут их из персонального сайта Официальный сайт Борисов Ю.А.. На кафедре также имеются печатные экземпляры.

При выполнении своих вариантов студенты используют приведённые на сайте примеры решения задач.

В процессе выполнения заданий студенты также используют справочный материал, лекции, усваивают основные понятия гидростатики и гидродинамики, используют уравнения Эйлера и Бернулли для расчётов гидравлических систем по предложенному алгоритму, используют инварианты подобия , выполняют учёт потерь напора на трение и местные сопротивления , учатся выполнять расчёты характеристик потока в гидросистемах. При решении задач студенты усваивают и закрепляют понятия гидравлических величин (вязкости, атмосферного давления, плотности, напора и др.) их обозначений и единиц измерения.

Необходимым условием сдачи зачёта по расчётно-графической работе является собеседование с преподавателем по двум-трём задачам, объяснение студентом методики решения задачи (т.е. её воспроизведения), умение ответить на несколько простых вопросов преподавателя.

Задача № 1.

Дано:

$p_{изб} = 1{,}5$ бар $= 1{,}5$ ат $= 1{,}5 \cdot 10^5$ Па

$h = 5{,}0$ м

$a = 0{,}05$ м

$\rho_н = 0{,}896 \cdot 10^3$ кг/м^3

$\rho_р = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3

$p_м = ?, h_п = ?, h_р = ?$

Решение:

1) $p_м = p_{изб} + \rho g h = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па} + 0{,}896 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 9{,}8 \frac{м}{с^2} \cdot 5м = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па} + 0{,}43 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 0{,}194$ МПа.

2) $p_{изб} = \rho g h_н$; $\quad h_н = \frac{P_{изб}}{\rho g}$;

$$h_п = h + h_н = h + \frac{P_{изб}}{\rho g} = 5{,}0\,м + \frac{1{,}5 \cdot 10^5\,Па}{0{,}896 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 9{,}8 \frac{м}{с^2}} = 5{,}0\,м + 17м \cong 22\,м.нефт.ст.$$

3) $h_р = ?$ $\rho_р g h_р = \rho_н g (h_п + a)$; $\; h_р = \frac{\rho_н g (h_п + a)}{\rho_р g} = \frac{0{,}896(24 + 0{,}05)}{13{,}6} = 1{,}4$ м. рт. ст.

Ответ: $p_м = 0{,}19$ МПа, $h_п = 22$ м; $h_р = 1{,}4$ м.

Задача № 2.

Дано:

$N = 10^4$ Н;

$M = 25 \cdot 10^3$ Н·м;

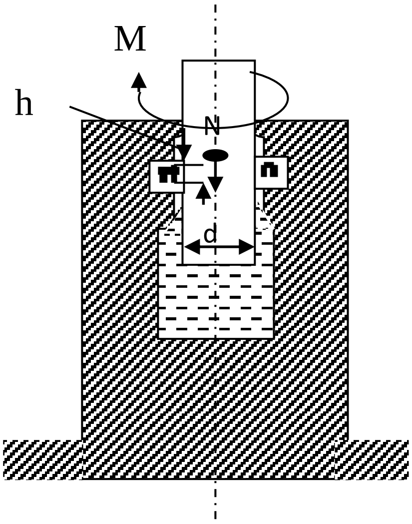
$h = 1{,}2d$;

$d = 0{,}3$ м; $r = d/2$;

$f = 0{,}2$

$M_{кр} = ?$

Решение:



Для манжеты:

$F \cdot r = F_д \cdot r$, т.е. $(F_{кр} - F_{тр}) \cdot r = N/\pi r^2 \cdot 2\,\pi r h r$;

$F_{кр} \cdot r - F_{тр}\, r = N \cdot 2 \cdot h;$

$M_{кр} = 2\, N \cdot h + F_{тр} \cdot r;$

$F_{тр} \cdot r = f \cdot F_{д} \cdot r = f \cdot p \cdot S \cdot r = f \cdot N / \pi r^2 \cdot 2\, \pi r \cdot h \cdot r = 2fNh;$

$M_{кр} = 2\, N \cdot h + 2f \cdot N \cdot h;$

$M_{кр} = (1 + f)\, 2Nh = 1{,}2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}3 = 8{,}64 \cdot 10^3$ (Н · м).

Ответ: $M > M_{кр} \rightarrow$ манжета не выдержет.

Задача № 3.

Дано:

$D = 0{,}6$ м,

$H = 0{,}9$ м,

$m = 40$ кг,

$d = 22$ мм $= 0{,}022$ м,

$l = 17$ м,

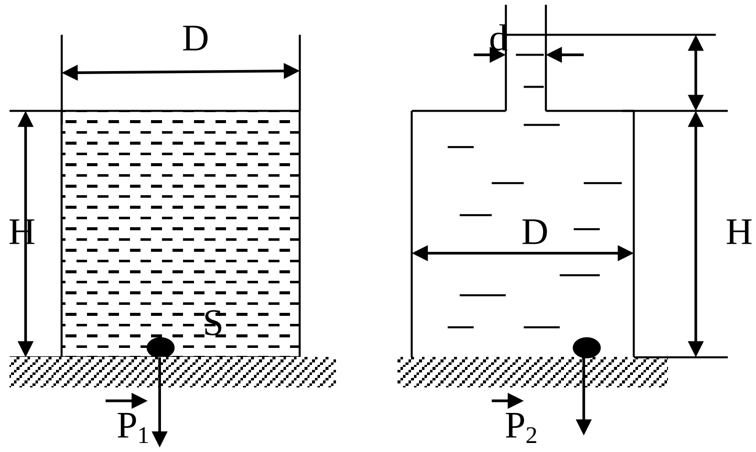
$\rho = 1000$ кг/м^3 (*вода*).

а) $P_1 = ?$ $G = ?$;

б) $P_2 = ?$ – с трубкой;

в) $G_2 = ?$

Решение:



$p = F/S;$

а) $p = \rho \cdot g \cdot H$, $\quad P_1 = \rho \cdot S = \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4},$

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}9 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4} = 2543\ \text{Н} = 2{,}54\ \text{кН}$$

$$G = G\text{в} + G\text{б} = \rho \cdot v \cdot g + mg = 1000 \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot H \cdot g + mg = 1000 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4} \cdot 0{,}9 \cdot 10 + 40 \cdot 10 = 2540 + 400 = 2940\ (\text{Н}) = 2{,}94\ \text{kН};$$

$$\text{б)}\ P_2 = \rho \cdot g\,(H + l) \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 1000 \cdot 10\,(0{,}9 + 17) \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4} = 50585\ \text{Н} = 50{,}6\ \text{кН}.$$

$$\text{в)}\ G_2 = \rho \cdot v \cdot g + mg + \rho \cdot v_2 \cdot g = \rho \cdot g\,(v + v_2) + mg = \rho \cdot g\left(\frac{\pi D^2}{4} \cdot H + \frac{\pi d^2}{4} \cdot l\right) + mg = 1000 \cdot 10\left(\frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4}\, 0{,}9 + \frac{3{,}14 \cdot 0{,}022^2}{4} \cdot 17\right) + 400 = 10^4\,(0{,}254 + 0{,}0065) + 400 = 0{,}261 \cdot 10^4 + 400 = 2610 + 400 = 3008\ \text{Н} = 3{,}008\ \text{кН}.$$

Ответ: а) $P_1 = 2{,}54$ кН; $G = 2{,}94$ кН;

б) $P_2 = 50{,}6$ кН;

в) $G_2 = 3{,}008$ кН.

Задача № 4.

Дано:

а = 1000 мм = 1 м,

$p_м = 10^5$ Па,

$p_в$ = 300 мм. рт. ст.,

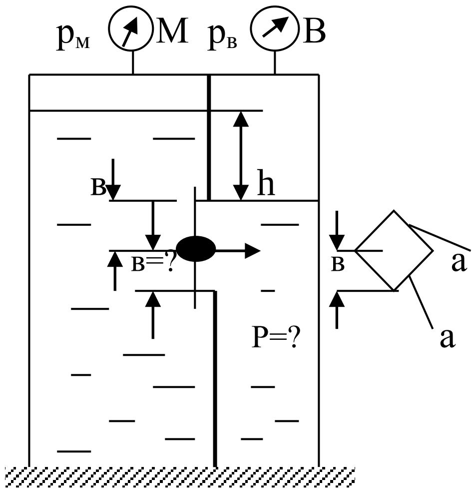
h = 1, 0 м ,

$\rho = 860$ кг/м^3 ,

$p_а = 10$ Па.

p =? в =?

Решение:



$$в = a \cdot \sin 45 = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = 0{,}71 \text{ м},$$

$p_в = \rho \cdot g \cdot h_р = 13\,600 \cdot 9,81 \cdot 0,3 = 4 \cdot 10^4$ Па.

$\Delta p = p_м + (p_а - p_в) + \rho \cdot g \cdot h = 10^5 + (10^5 - 4 \cdot 10^4) + 860 \cdot 10 \cdot 1 =$

$= 1,6 \cdot 10^5 + 0,086 \cdot 10^5 = 1,686 \cdot 10^5$ Па.

$P = \Delta p \cdot S = \Delta p \cdot a \cdot a = 1,686 \cdot 10^5$ Па $\cdot$ 1м^2 $= 1,686 \cdot 10^5$ Н = 0,169 МН

Ответ: в = 0,71 м; Р = 0,169 МН.

Задача № 5.

Дано:

D = 150 мм,

H = 4,0 м,

$\alpha = 0,5$,

$p_{изб} = 1,3 \cdot 10^5$ Па ,

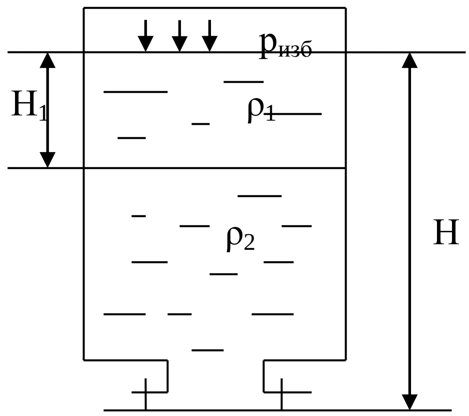
$\rho_1 = 1200$ кг/м^3,

$\rho_2 = 1700$ кг/м^3,

$H_1 = \alpha \cdot H$.

F = ?

Решение:



$p = p_{изб} + \rho_1 \cdot g \cdot H_1 + \rho_2 \cdot g\,(H - H_1)$

$p = p_{изб} + \alpha \cdot \rho_1 \cdot g \cdot H + \rho_2 \cdot g\, H(1 - \alpha) = 1,3 \cdot 10^5 + 0,5 \cdot 1200 \cdot 10 \cdot 4 + 1700 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 0,5 =$

$= 1,3 \cdot 10^5 + 0,24 \cdot 10^5 + 0,34 \cdot 10^5 = 1,88 \cdot 10^5$ Па = 0,188 МПа.

$F = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 3{,}3$ кН.

Ответ: $F = 3{,}3$ кН.

Задача № 6.

Дано:

$P_1 = 160$ Н,

$d_1 = 40$ мм $= 0{,}04$ м,

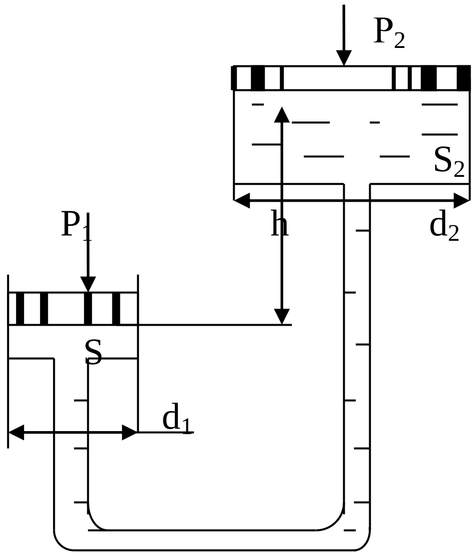
$d_2 = 200$ мм $= 0{,}2$ м,

$h = 350$ мм $= 0{,}35$ м,

$\rho = 1000$ кг/м^3.

$P_2 = ?$

Решение:



Уравнение равновесия гидравлического пресса:

$$\frac{P_2 + \rho \cdot g \cdot h \cdot S_2}{P_1} = \frac{S_2}{S_1};$$

$$P_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot P_1 - \rho \cdot g \cdot h \cdot S_2;$$

$$P_2 = \frac{\pi d_2{}^2 \cdot 4}{4 \cdot \pi d_1{}^2} \cdot P_1 - \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{\pi d^{22}}{4};$$

$$P_2 = 25 \cdot 160 - 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}35 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}04}{4} = 4000 - 110 = 3\,890 \text{ Н.}$$

Ответ: $P_2 = 3\,890$ Н.

Задача № 7.

Дано:

$d = 60$ мм $= 0{,}06$ м ,

$h = 4,\ 2$ м,

$l_1 = 1{,}0$ м,

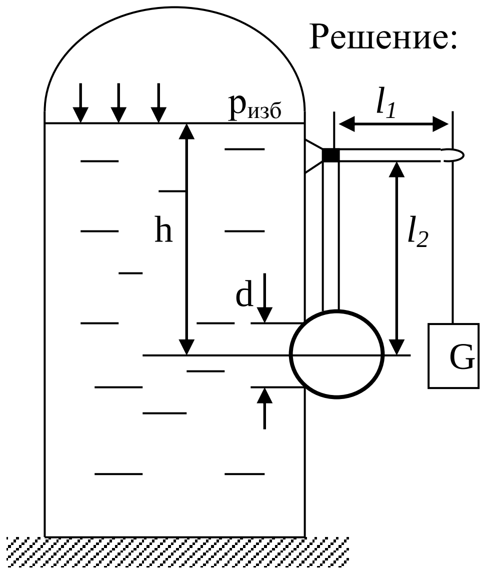
$l_2 = 0{,}4$ м,

$p_{изб} = 0{,}1 \cdot 10^5$Па,

$\rho = 1250$ кг/м^3.

$G = ?$

Решение:



$$G \cdot l_1 = F \cdot l_2; \quad G = F \cdot \frac{l^2}{l^1}; \quad F = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi d^2}{4}; \quad G = p \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{l_2}{l_1};$$

$$p = p_{изб} + \rho \cdot g \cdot h; \quad G = (p_{изб} + \rho \cdot g \cdot h) \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{l^2}{l^1};$$

$$G = (0{,}1 \cdot 10^5 + 1250 \cdot 10 \cdot 4{,}2) \cdot \frac{\pi (0{,}06)^2}{4} \cdot \frac{0{,}4}{1{,}0} = 6{,}25 \cdot 10^4 \cdot 0{,}00113 = $$
$$= 70{,}65 \text{ Н}.$$

Ответ: $G = 70{,}65$ Н.

Задача № 8.

Дано:

$t = 30^\circ C$,

$M = 25$ Н·м,

$D = 400$ мм $= 0{,}4$ м,

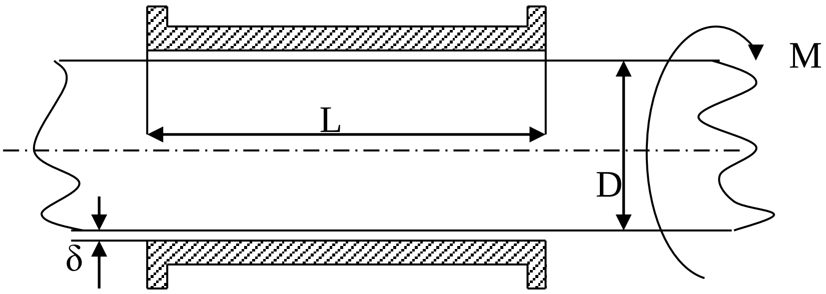
$L = 1200$ мм $= 1{,}2$ м,

$\delta = 3$ мм $= 0{,}003$ м,

$\zeta = 8{,}3 \cdot 10^{-2}$ Па·с.

$\nu = ?$

Решение:



(1) $F = \frac{\zeta \cdot S \cdot v}{\delta}$ - закон вязкого трения Ньютона.

Умножая (1) на D/2 и заменяя S и v , получим: $F \cdot \frac{D}{2} = \frac{\zeta \cdot 2\pi D \cdot L \cdot 2\pi \nu \cdot D \cdot D}{2 \cdot \delta \cdot 2 \cdot 2}$;

$$M = \frac{\zeta \cdot \pi^2 \cdot D^3 \cdot L \cdot \nu}{2\delta}; \quad \nu = \frac{M \cdot 2\delta}{\zeta \cdot \pi^2 \cdot D^3 \cdot L}; \quad \nu = \frac{25 \cdot 2 \cdot 0{,}003}{8{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}14^2 \cdot (0{,}4)^3 \cdot 1{,}2} = 2{,}38 \left(\frac{об}{с}\right).$$

Ответ: $\nu = 2{,}38 \left(\frac{об}{с}\right)$.

Задача № 9.

Дано:

$d = 20$ мм $= 0{,}02$ м,

$t = 20\ ^\circ C$,

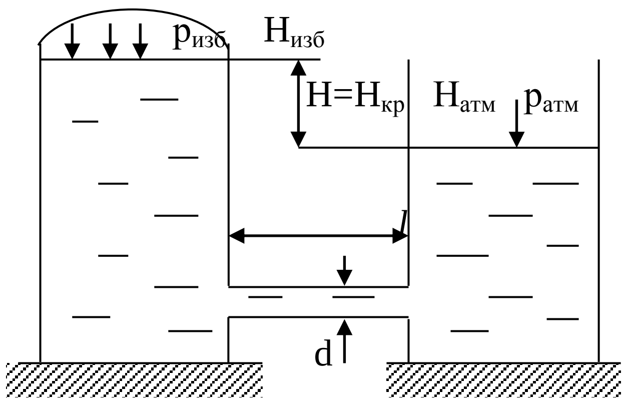
$L = 10$ м,

$p_{изб} = 0{,}6 \cdot 10^5$ Па, или $H_{изб} = 6$м,

$\zeta = 1{,}01 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

$H_{кр} = ?$ – критический напор.

Решение:



При Re > 2300 – процесс переходной, точнее 2300 < Re < 10 000 –переходной.

На преодоление силы трения в трубе расходуется напор: $\Delta p = p_{кр} + (p_{изб} - p_{атм})$,

который равен:

$\Delta p = \frac{32 \cdot \zeta \cdot L \cdot \nu}{d^2} = \frac{32\zeta^2 \cdot L \cdot \nu \cdot \rho \cdot d}{d^3 \cdot \zeta \cdot \rho} = \frac{32\zeta^2 \cdot L \cdot Re}{d^3 \cdot \rho}$,или

$\Delta p = p_{кр} + (p_{изб} - p_{атм}) = \frac{32\zeta^2 \cdot L \cdot Re}{d^3 \cdot \rho}$; заменяя слева $p = \rho \cdot g \cdot h$, получим:

$$H_{кр} + (H_{изб} - H_{атм}) = \frac{32\zeta^2 \cdot L \cdot Re}{d^3 \cdot \rho^2 \cdot g}; H_{изб} = 6м;\ H_{атм} = 10м.вод.ст.$$

$H_{кр} = \frac{32\zeta^2 \cdot L \cdot Re}{d^3 \cdot \rho^2 \cdot g} - (Hизб - Hатм); Re > 10\,000;$

$H_{кр} = \frac{32 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 10 \cdot 10000}{8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 \cdot 10} + 4м = 4 \cdot 10^{-2}м + 4м$ =4,04м, $p_{кр}$=4,04· 10^4Па.

Ответ: $H_{кр}$ = 4,04 м; т.е. при небольшом превышении давления над атмосферным наблюдается переход движения в турбулентное.

Задача № 10.

Дано:

t = 60 °C,

Q = 2,2 $м^3$/с,

a = 0,3 м,

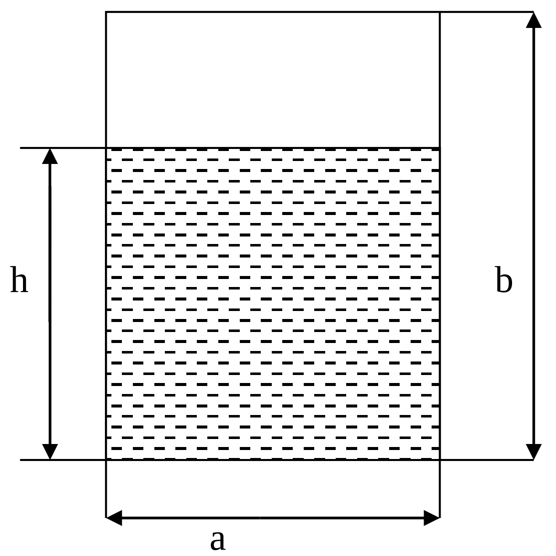
в = 0,4 м,

h = 0,2 ; вода.

1) Определить режим течения воды.

2) Построить график $r_г$ от h.

Решение:



Отношение живого сечения S к смоченному периметру П называется гидравлическим радиусом:

$$r_г = \frac{S}{П}.$$

Для круглой трубы:

$$S=\frac{\pi D^2}{4}, \mathit{П}=\pi\cdot d; \textit{тогда}\ r_г=\frac{\pi D^2}{4}:\pi d=\frac{d}{4}; \text{отсюда } d=4r_г$$

$$\leftarrow \text{эквивалентный диаметр. Или } d_{экв}=\frac{4S}{\text{П}};$$

$$\textit{Расход равен } Q=\vartheta\cdot s\ .$$

При 60 ºC $\mu = 0{,}47 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

1) Найдем: $\vartheta=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{h\cdot a}=\frac{2{,}2}{0{,}2\cdot 0{,}3}=36{,}7\ \frac{м}{с};$

$$r_г=\frac{h\cdot a}{2h+2a}=\frac{0{,}2\cdot 0{,}3}{2\cdot 0{,}2+2\cdot 0{,}3}=\frac{0{,}06}{0{,}4+0{,}6}=0{,}06\ м;$$

$$d_{экв}=4\cdot 0{,}06=0{,}24\ \text{м};$$

$Re=\frac{\vartheta\cdot\rho\cdot d_{экв}}{\mu}=\frac{36\cdot 10^3\cdot 0{,}24}{0{,}47\cdot 10^{-3}}=18{,}4\cdot 10^6, \textit{что} > 10000$ – *режим турбулентный.*

2) График $r_г$ от h, используем: $r_г=\frac{h\cdot a}{2h+2a}$; h задаём сами:

	$r_г$	h
1	0,00197	0,01·в = 0,004
2	0,0176	0,1·в = 0,04
3	0,06	0,5·в = 0,20
4	0,072	0,7·в = 0,28
5	0,087	1,0·в = 0,4

1) $r_г=\frac{0{,}004\cdot 0{,}3}{0{,}008+0{,}6}=\frac{0{,}0012}{0{,}608}=0{,}00197;$

2) $r_г=\frac{0{,}04\cdot 0{,}3}{0{,}08+0{,}6}=\frac{0{,}012}{0{,}68}=0{,}0176;$

3) $r_г=\frac{0{,}20\cdot 0{,}3}{0{,}4+0{,}6}=0{,}06;$

4) $r_г=\frac{0{,}28\cdot 0{,}3}{0{,}56+0{,}6}=0{,}072;$

5) $r_г=\frac{0{,}4\cdot 0{,}3}{0{,}8+0{,}6}=0{,}087;$

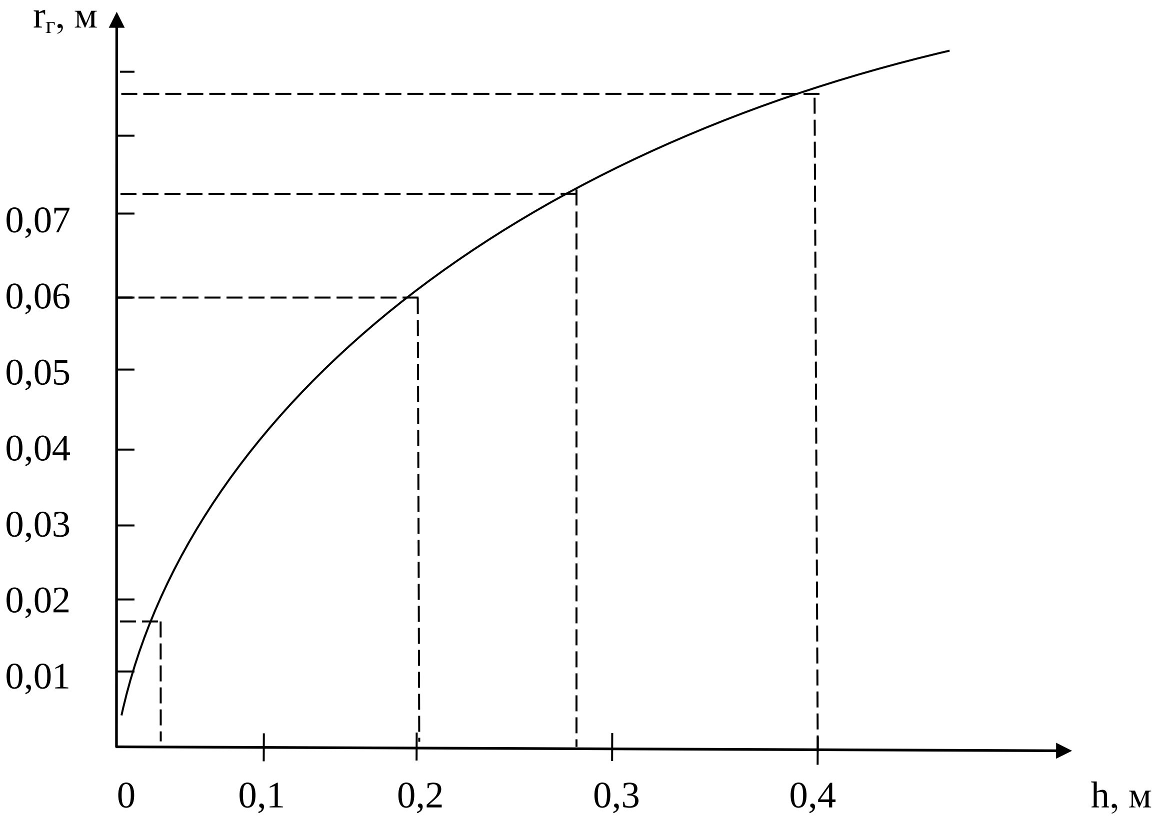


График.

Задача № 11.

Дано:

D = 0,3 м ,

n = 200,

d = 12 мм,

вода,

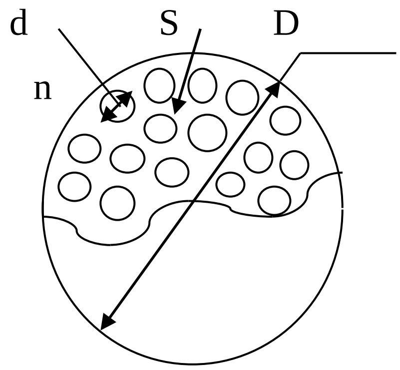
Q = 90 м^3/ч,

t = 60 °C,

μ = 0,47·10^{-3} Па·с.

Режим течения жидк.-?

Решение:



$$Q = \vartheta \cdot S \cdot \rho; S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{n \cdot \pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - nd^2);$$

$\vartheta = \frac{Q}{S} = \frac{4 \cdot Q}{\pi(D^2 - nd^2)}$.

$$Q = 90\ \frac{м^3}{ч} = 0,025 \frac{м^3}{с};$$

$$\vartheta = \frac{4 \cdot 0,025}{3,14(0,3^2 - 200 \cdot 0,012^2)} = \frac{0,1}{192} = 5,2 \cdot 10^{-1} \left(\frac{м}{с}\right).$$

Эквивалентный диаметр: $d_{экв} = 4r_г = \frac{4S}{П} = 4\frac{\pi(D^2 - nd^2)}{4\pi(D + nd)} = \frac{0,0612}{2,7} = 0,0227\ (м)$.

$r_г$ – гидравлический радиус,

П – смоченный периметр.

Вычисляем $Re = \frac{\vartheta \cdot \rho \cdot d_{экв}}{\mu} = \frac{5,2 \cdot 10^{-1} \cdot 1000 \cdot 0,0227}{0,47 \cdot 10^{-3}} = 25000.$

Re = 25000 – режим течения турбулентный.

Ответ: Режим течения турбулентный.

Задача № 12.

Дано:

1) Моделируются одновременно силы трения и силы тяжести, каков должен быть взят геометрический масштаб модели?

2)t = 20 ºС,

рабочая жидкость – нефть,

модельная – вода,

$\vartheta_р = 0,8$ м/с.

$\vartheta_м$ - ?

Решение:

1) Одновременно силы трения (μ) и силы тяжести (g) характеризуются критерием G – Галилея

$$Ga = Fr \cdot Re^2 = \frac{gl}{v^2} \cdot \frac{v^2\rho^2 l^2}{\mu^2} = \frac{gl^3\rho^2}{\mu^2};$$

Для нефти и воды запишем с индексами «н» и «в»

$$Ga_н = \frac{g_н \cdot l_н^3 \cdot \rho_н^2}{\mu_н^2} = \frac{g_н \cdot l_н^3 \cdot 860^2}{(21,5 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{g_н \cdot l_н^3 \cdot 7,4 \cdot 10^5}{462 \cdot 10^{-6}} = g_н \cdot l_н^3 \cdot 1,6 \cdot 10^9;$$

$$Ga_в = \frac{g_в \cdot l_в^3 \cdot \rho_в^3}{\mu_в^2} = \frac{g_в \cdot l_в^3 \cdot 10^6}{10^{-6}} = g_в \cdot l_в^3 \cdot 10^{12};\ Ga_н = Ga_в;$$

$$g_н \cdot l_н^3 \cdot 1,6 \cdot 10^9 = g_в \cdot l_в^3 \cdot 10^{12}; \left(\frac{l_н}{l_в}\right)^3 = \frac{10^3}{1,6}; \frac{l_н}{l_в} = 0,85 \cdot 10 = 8,5$$

или $\frac{l_р}{l_м} = 8,5;\ l_м = \frac{l_р}{8,5}$, геометрические размеры модели нужно взять в 8,5 раз меньше.

2) Используем критерий Рейнольдса, который характеризует режим течения:

$$\frac{\vartheta_м \cdot \rho_м \cdot l_м}{\mu_м} = \frac{\vartheta_p \cdot \rho_p \cdot l_p}{\mu_p}; \vartheta_м = \vartheta_p \frac{\rho_p \cdot l_p \cdot \mu_м}{\rho_м \cdot l_м \cdot \mu_p} = 0,8 \cdot \frac{860 \cdot 8,5 \cdot 10^{-3}}{21,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 0,27\ \frac{м}{с}.$$

Ответ: Скорость модельной жидкости $\vartheta_м = 0,27$ м/с.

Задача № 13.

Дано:

D = 75 мм = 0,075 м,

t = 14 ºС ,

$Q_{вода}$ = 20 м^3/ч = 5,6·10^{-3} м^3/с ,

μ = 1,2·10^{-3} Па·с,

ρ = 1000 кг/ м^3 , вода.

$\vartheta_{мах}$ = ?

Решение:

Определим режим течения воды.

Сначала по расходу определим среднюю скорость потока:

$$Q = \vartheta \cdot S;$$

$$\vartheta = \frac{Q}{S} = \frac{5{,}6\cdot 10^{-3}\frac{м^3}{с}\cdot 4}{3{,}14\cdot(0{,}075)^2 м^2} = 1{,}27\frac{м}{с}.$$

$Re = \frac{\vartheta\cdot\rho\cdot D}{\mu} = \frac{1{,}27\cdot 1000\cdot 0{,}075}{1{,}2\cdot 10^{-3}} \cong 80000,$ – режим течения турбулентный.

$\vartheta_{мах} = \vartheta \cdot 1{,}2 = 1{,}54\ \frac{м}{с}.$ (При ламинарном: $\vartheta_{мах} = 2\cdot\vartheta$.)

Ответ: $\vartheta_{мах}$ = 1,54 м/с.

Задача №14.

Дано:

$P_{изб}$=10^{5}Па ,

$h_{изб}$ = 10,3 м. вод.ст.

h =0,9 м

d_1=50мм=0,05м,

d_2=40мм=0,04м,

d_3=25мм=0,025м.

Q=? Построить линии:

1) полного (Н),

2) скоростного Н(υ) и

3) пьезометрического ($H_п$) напоров.

Решение:

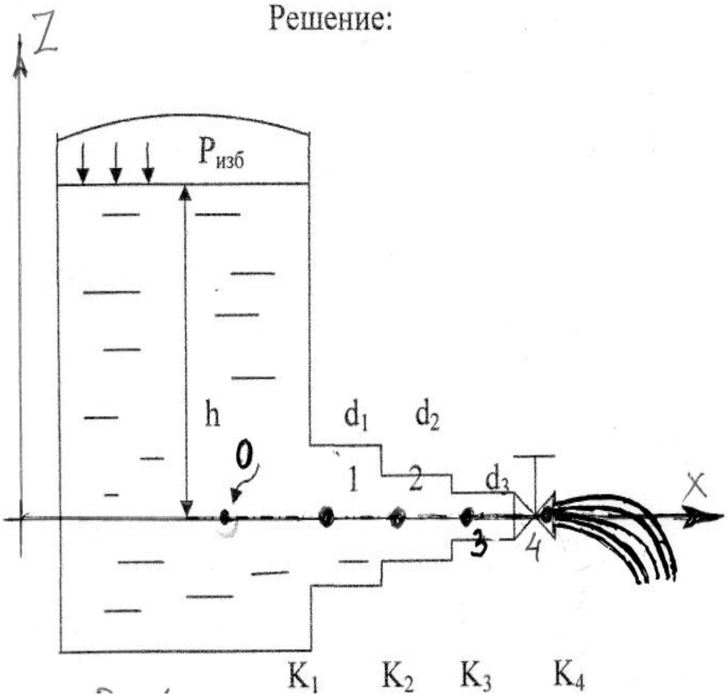


Рис. 1

0,1,2,3,4 – индексы участков в уравнении Бернулли.

Обозначим $К_1$, $К_2$, $К_3$,$К_4$ - значения местных сопротивлений на участках и найдём их из таблиц (Павлов с.539).

$К_1=0,5$; $К_4 \approx 5$; $d_2^2 / d_1^2=0,64$;

$К_2=0,2$; $d_3^2 / d_2^2=0, 4$;

$К_3=0,4$;

Запишем уравнение Бернулли для точек 0 и 5 .

В левой части (точка 0)- будет только пьезометрический напор ($h+H_{изб}$), т.к. жидкость покоится и её скоростной напор равен 0. В правой части, на выходе из пробкового крана, и нулевом уровне Z (точка4) остаётся только скоростной напор ($\frac{\upsilon^2}{2g}$) выходящей струи, но т.к. при переходе от точки 0 до точки 4 встречаются местные сопротивления, то в правую часть добавляем составляющую, включающую эти сопротивления, причём берём их со знаком плюс, т.к. указанный переход происходит по направлению потока.

$$(h+H_{изб})=\frac{\upsilon_4^2}{2g}+\frac{\upsilon_4^2}{2g}(К_1+К_2+К_3+К_4) \qquad (1).$$

При раскрытии скобок уравнения (1) с учётом диаметров участков видно, что скорости на участках 1,2,3 разные , поэтому уравнение (1) преобразуем:

$$(h+H_{изб})=\frac{\upsilon_4^2}{2g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}К_1+\frac{\upsilon_2^2}{2g}К_2+\frac{\upsilon_3^2}{2g}К_3+\frac{\upsilon_4^2}{2g}К_4 \qquad (2).$$

В уравнении (2) U_4 относится к концу потока , поэтому (2) перепишем :

$$(h+H_{изб})=\frac{\upsilon_1^2}{2g}К_1+\frac{\upsilon_2^2}{2g}К_2+\frac{\upsilon_3^2}{2g}К_3+\frac{\upsilon_4^2}{2g}К_4+\frac{\upsilon_4^2}{2g} \qquad (3),$$

здесь υ_4 – скорость на выходе из пробкового крана в точке 4 . Здесь будет только скоростной напор, а пьезометрический будет равен 0. Используя уравнение неразрывности потока, $\upsilon * S=const$, найдём скорости на каждом участке, выразив их через υ_4, а затем найдём υ_4, также учтём , что $\upsilon_4=\upsilon_3$; $\upsilon_3 * S_3=\upsilon_2 * S_2$, отсюда:

$$\upsilon_2=\upsilon_3\frac{S_3}{S_2}=\upsilon_3\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2=\upsilon_4\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2.$$

Аналогично: $\upsilon_1=\upsilon_2(\frac{d_2}{d_1})^2$, или $\upsilon_1=\upsilon_4(\frac{d_3}{d_2})^2 \cdot (\frac{d_2}{d_1})^2=\upsilon_4(\frac{d_3}{d_1})^2$.

Тогда уравнение (3) преобразуем :

$$(h+H_{изб})=\frac{\upsilon_4^2}{2g}\cdot(\frac{d_3}{d_1})^4 К_1+\frac{\upsilon_4^2}{2g}\cdot(\frac{d_3}{d_2})^4 К_2+\frac{\upsilon_4^2}{2g} К_3+\frac{\upsilon_4^2}{2g} К_4+\frac{\upsilon_4^2}{2g} \qquad (4).$$

Отсюда найдём υ_4^2 :

$$\upsilon_4^2=\frac{2g(h+H_{изб})}{(\frac{d_3}{d_1})^4 К1+(\frac{d_3}{d_2})^4 К2+К3+К4+1}=\frac{2\cdot 2,81(10,3+0,9)}{(\frac{25}{50})^4\cdot 0,5+(\frac{25}{40})^4\cdot 0,2+0,3+5+1}=$$

$$\frac{219,7}{0,031+0,031+0,3+5+1}=\frac{219,7}{6,362}=34,5\,\frac{м^2}{с^2}.$$

$\upsilon_4=5,88\,\frac{м}{с}$;

$\upsilon_3=5,88\,\frac{м}{с}$; $\upsilon_2=2,30\,\frac{м}{с}$; $\upsilon_1=1,47\,\frac{м}{с}$;

В правой части уравнения (4) по-порядку стоят составляющие потери напоров на местных сопротивлениях. Перенося их последовательно в левую часть, мы в левой части получаем полные напоры на каждом из участков. Скоростные напоры на участках найдем по известной скорости.

Для проверки правильности расчётов подставим в уравнение (4) данные:

0,9+10,3=1,76*0,031+1,76*0,031+1,76*0,3+1,76*5+1,76 ;

11,2м=0,055м+0,055м+0,53м+8,8м+1,76м,

11,2м=11,2м, т.е., расчёты проведены правильно.

Расход найдем: $Q=\vartheta_3\cdot S=\vartheta_3\cdot\frac{\pi d_3^2}{4}=5,88\cdot\frac{3,14\cdot(0,025)^2}{4}=0,00284\frac{м^3}{с}=10,2\,\frac{м^3}{ч}$

Расчёты напоров для каждого участка потока:

Нулевой участок :

- полный напор: $H_0=h+H_{изб}$=0,9+10,3=11,2 (м),
- скоростной $H(\upsilon_0)=0$,
- пьезометрический $H_{по}=H_0-H(U_0)$=11,2-0=11,2 (м).

Первый участок:

- полный напор: $H_1=H_0-\frac{U_4^2}{2g}\cdot(\frac{d_3}{d_1})^4 К_1$ =11,2-0,055=11,145 (м),

- скоростной: $H(\upsilon_1)=\frac{U_1^2}{2g}=\frac{1{,}47^2}{2\cdot 9{,}81}=0{,}11$ (м),
- пьезометрический: $H_{п1}=11{,}145-0{,}11=11{,}035$ (м).

__Второй участок :__

- полный напор: $H_2= H_1 - \frac{\upsilon_4^2}{2g}.(\frac{d_3}{d_2})^4 K_2=11{,}145-0{,}055=11{,}09$ (м),
- скоростной: $H(\upsilon_2) = \frac{\upsilon_2^2}{2g} = \frac{2{,}40^2}{2\cdot 9{,}81} =0{,}29$ (м),
- пьезометрический: $H_{п2}=11{,}09-0{,}29=10{,}8$ (м).

__Третий участок :__

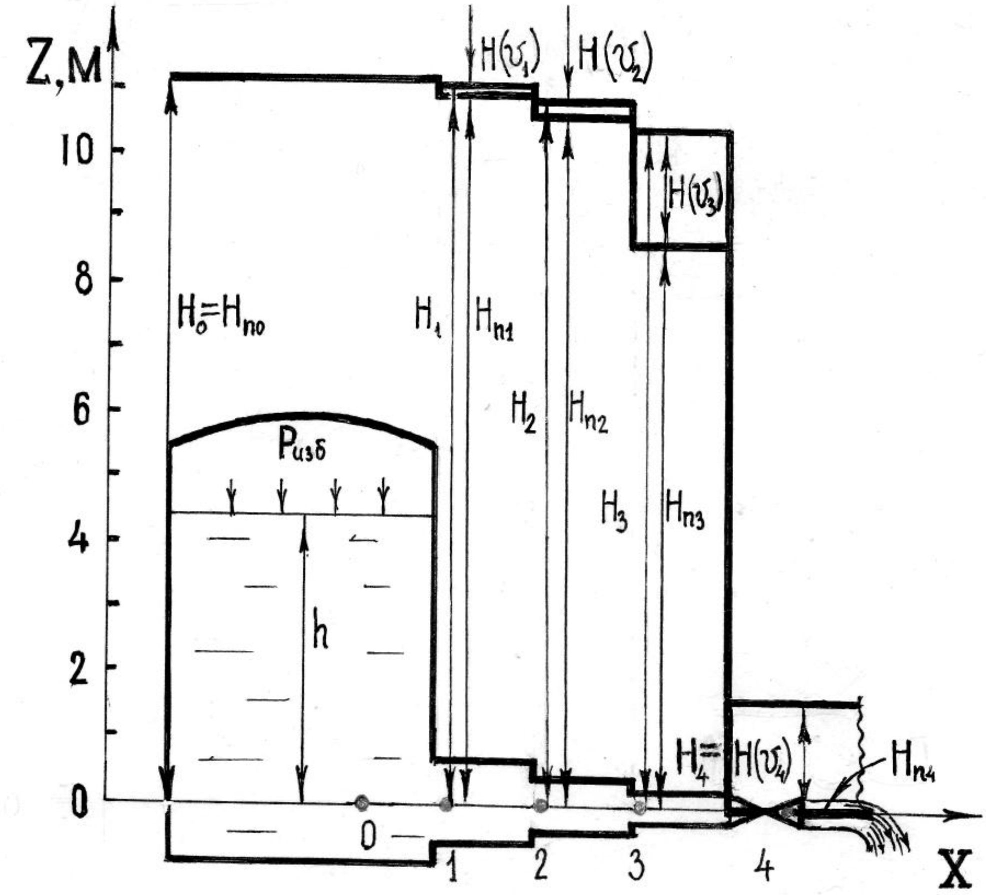
- полный напор: $H_3 = H_2 - \frac{\upsilon_4^2}{2g}.K_3=11{,}09-0{,}53=10{,}56$ (м),
- скоростной: $H(\vartheta_3) = \frac{\upsilon_3^2}{2g} =\frac{5{,}88^2}{2\cdot 9{,}81} = 1{,}76$ (м),
- пьезометрический: $H_{п3}=10{,}56-1{,}76= 8{,}8$ (м).

__Четвёртый участок :__

- полный напор: $H_4 = H_3 - \frac{\upsilon_4^2}{2g}.K_4=10{,}56 -8{,}8 =1{,}76$ (м),
- скоростной: $H(\upsilon_4) = \frac{\upsilon_4^2}{2g} =\frac{5{,}88^2}{2\cdot 9{,}81} = 1{,}76$ (м),
- пьезометрический: $H_{п4}=1{,}76-1{,}76= 0$ (м).

Результаты расчётов сведём в таблицу, по которой построим графики полного H, скоростного $H(\upsilon)$ и пьезометрического $H_п$ напоров. (рис.2)

Наименование величины напора	**Значение величины напора ,м, на участке потока №**				
	0	1	2	3	4
Потеря напора	0	0,055	0,055	0,53	8,8
Полный напор	11,2	11,145	11,09	10,56	1,76
Скоростной напор	0	0,11	0,29	1,76	1,76
Пьезометрический	11,2	11,035	10,8	8,80	0,00



Ответ: ***Рис.2*** Линии полного H, скоростного H(υ) и пьезометрического $H_п$ напоров.

$Q = 10,2\ \frac{м^3}{ч}$.

Задача № 15.

Дано:

$p_{изб}=0,2\cdot10^5$ Па, $h_{изб}=2$м;

$h_1 = 1$ м;

$h_2 = 2$ м;

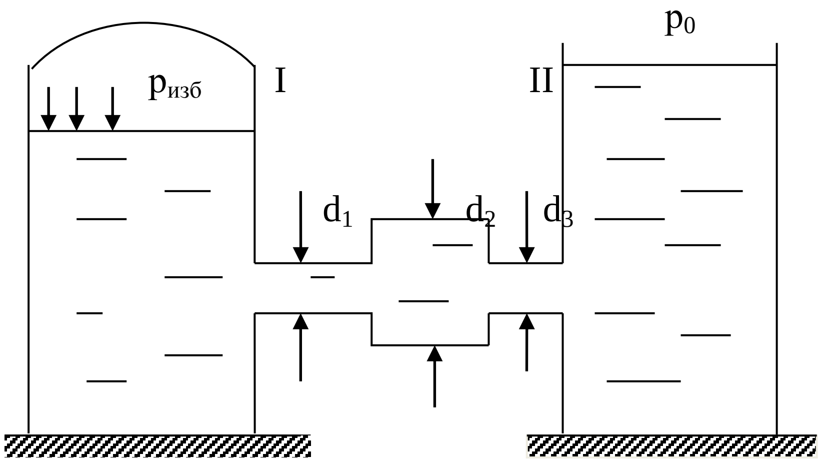
$d_1 = 50$ мм $= 0,05$ м;

$d_2 = 75$ мм $= 0,075$ м;

$d_3 = 50$ мм $= 0,050$ м.

Q = ?

Решение:



Вычисляем:Re > 10000. Скорость воды при выходе из трубы в резервуарII найдем:

$$\vartheta^2 = \frac{2g(h_{изб}+h_1-h_2)}{1+\sum K} = \frac{2g(h_{изб}+h_1-h_2)}{1+0,5+0,3+0,3+1)}.$$

Из уравнения Бернулли: $\left(1+\frac{\lambda L}{d}+\sum K\right)\frac{\vartheta^2}{2g} = h_{изб} + h_1 - h_2;$

$$\vartheta^2 = \frac{2g(2+1-2)}{3,1} = 6,3\ \frac{м^2}{c^2};\ \vartheta = 2,5\ \frac{м}{c}.$$

Re > 10000 $\quad Q = \vartheta \cdot S = 2,5 \cdot \frac{\pi \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{4} = 49,0 \cdot 10^{-4}\frac{м^3}{c} = 17,7\ \frac{м^3}{ч}.$

Ответ: Q = 17,7 $м^3$/ч.

Задача № 16.

Дано:

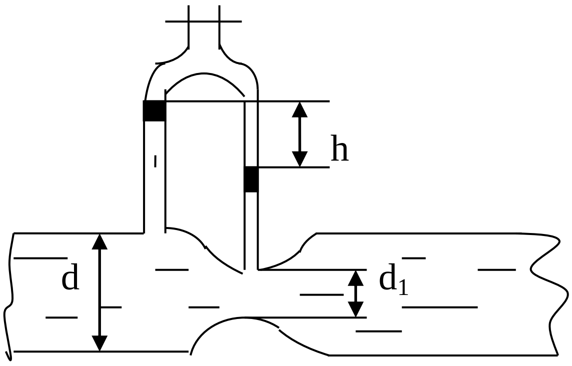
d_0 = 60 мм = 0,06 м,

d_1 = 20 мм = 0,02 м,

h = 1,6 м.

Q = ? $\quad h_x$ = ? если другая жидкость.

Решение:



Объемный расход жидкости или газа определится по формуле (Павлов, стр. 19): $V = \alpha \cdot k \cdot f_0\sqrt{2\frac{\Delta P}{\rho}}$ (1).

Учитывая $(d_1/d)^2 = 0,1$ по таблице XV найдем: α = 0,6, коэффициент f_0 = 0,785 d^2_0; 0,785 = π/4 в f = π d^2_0/4; для гладких труб к = 1.Всё подставляем в (1).

Учитывая вышеизложенное, из (1) получим:

$$V = 0,6 \cdot 0,785 \cdot d_0^2\sqrt{2gh}\ \ (2), \qquad т.к.\ \Delta p = \rho g h$$

в (2) подставляем величины, получим:

$$V = 0,6 \cdot 0,785 \cdot 0,06^2\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,6} = 9,5 \cdot 10^{-3}\frac{м^3}{c} = 34\frac{м^3}{ч}.$$

От плотности жидкости не зависит, т.к. ρ нет в формуле (2).

Ответ: V = 9,5·10^{-3} $м^3$/с = 34 $м^3$/ч. От плотности жидкости не зависит.

Задача № 17.

Дано:

Метиловый спирт,

$p_{изб} = 0,5 \cdot 10^5$ Па,

$\vartheta = 1,8$ м/с,

$\Delta h_п = 2,5$ м,

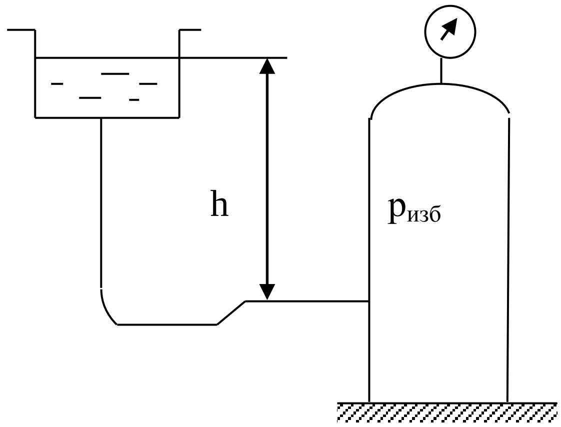
$\rho = 820$ кг/м^3,

90 % содержание. $h_{атм} = 12,6$ м.

---

h = ?

Решение:



Из уравнения Бернулли:

$$\rho g(h - P_{изб} - \Delta h_n) = \frac{\rho\vartheta^2}{2};$$

$$\vartheta^2 = 2g\left(h - p_{изб} - \Delta h_n\right);$$

$$\frac{\vartheta^2}{2g} + h_{изб} + \Delta h_п = h \ (1).$$

$h_{атм}$ (в случае столба метилового спирта) = 12,6 м; $p_{изб} \rightarrow h_{изб} = 12,6/2 = 6,3$(м).

Подставляем данные в (1), получим: h = 0,165 + 6,3 + 2,5 = 8,965 (м).

Ответ: h = 8,96 м.

Задача № 18.

Дано:

$d_0 / d = n = 1,4$,

1) ламинарный,

2) турбулентный,

Q = const, 1) и 2).

---

1) $\Delta H/\Delta H_0$ = ?

2) $\Delta H/\Delta H_0$ = ?

Решение:

Потери напора $\Delta H/\Delta H_0$ увеличатся, если уменьшить диаметр трубопровода в n раз, только как?

1) Ламинарный режим;

$\Delta H \sim \Delta P_{тр}$ и выражается: (Павлов, стр. 21)

$$\Delta P_{тр} = \frac{\lambda L}{d} \cdot \frac{\rho\vartheta^2}{2} \ (1).$$

При ламинарном потоке λ = 64/Re во всем диапазоне,т.е. Re < 2300, учитывая, $\vartheta =$ $= Q \cdot S$, $S = \pi d^2 / 4$, т.е. $\Delta p = \frac{64 \cdot L \cdot \vartheta^2 \cdot \rho}{Re \cdot d \cdot 2}$ (2) $= \frac{32 \cdot L \cdot Q^2 \cdot \rho \cdot 16}{Re \cdot \pi^2 \cdot d^4}$; *отсюда* $\Delta p \sim \frac{1}{d^4}$ (3) или подставляя в (2) $Re = \frac{\vartheta \cdot \rho \cdot d}{\mu}$;

$\Delta p = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot \vartheta^2 \cdot \rho}{\vartheta \cdot \rho \cdot d \cdot d} = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot \vartheta}{d^2} = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot Q \cdot 4}{d^2 \cdot \pi \cdot d^2}$, *т.е. так же как в* (3) $\Delta p \sim \frac{1}{d^4}$.

Таким образом Δp надо (можно) рассчитывать не заменяя число Рейнольдса (в нашей задаче).

Для ламинарного режима (3): $\Delta p \sim \frac{1}{d^4} \Rightarrow \frac{\Delta H}{H_0} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^4 = 3{,}84$ *раза*.

2)Турбулентный режим: также формула (1), но $\lambda = 0{,}316/Re^{0{,}25}$; (Павлов стр. 24). Тогда:

$\Delta H \sim \Delta p = \frac{\lambda L}{d} \cdot \frac{\rho \vartheta^2}{2}$; $\Delta p = \frac{0{,}316}{Re^{0{,}25}} \cdot \frac{\rho \vartheta^2}{2} = \frac{0{,}316 \cdot \mu^{0{,}25} \cdot \vartheta^{0{,}25} \cdot \rho}{\vartheta^{0{,}25} \cdot \rho^{0{,}25} \cdot d^{0{,}25} \cdot 2} =$

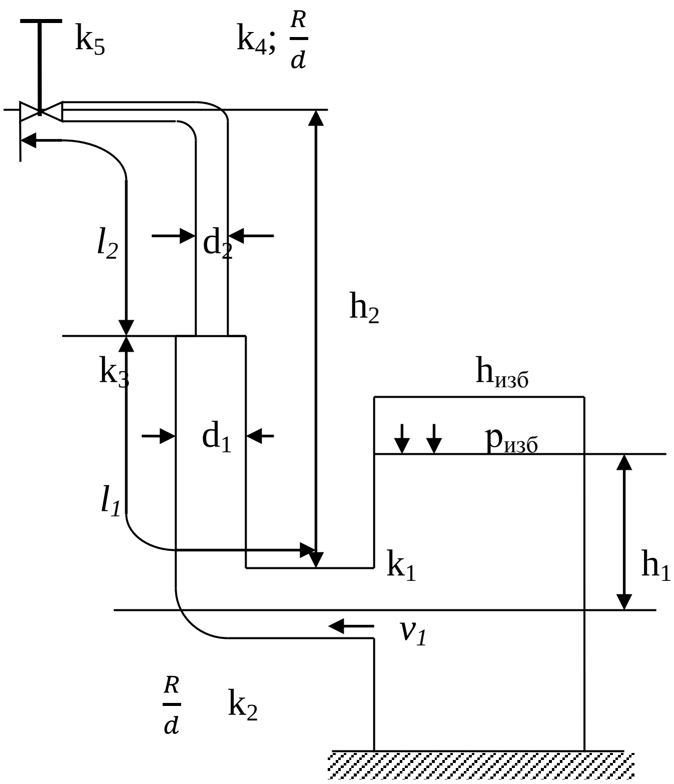
$\frac{0{,}316 \cdot \mu^{0{,}25} \cdot \rho \cdot \pi^{0{,}25} \cdot d^{0{,}25} \cdot Q^2 \cdot 4^2}{\rho^{0{,}25} \cdot 2 \cdot Q^{0{,}25} \cdot 4^{0{,}25}} \sim \frac{d^{0{,}5} \cdot Q^{1{,}75}}{d^4} \sim \frac{1}{d^{3{,}5}}$. 2) $\frac{\Delta H}{H_0} = n^{3{,}5} = \frac{n^4}{n^{0{,}5}} = \frac{n^4}{\sqrt{n}} = \frac{3{,}84}{1{,}183} = 3{,}24$.

Ответ: 1) в первом случае, при ламинарном движении: $\frac{\Delta H}{H_0} = 3{,}84$ *раза*;

2)при турбулентном $\frac{\Delta H}{H_0} = 3{,}24$.

Задача № 19.

Дано:	Решение:
h_1 = 3 м, вода;	
проточный кран,	
принимаем k = 2;	
h_2 = 20 м;	
$Q = 4$ м^3/ч $= 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ м^3/с;	
d_1= 40 мм = 0,04 м;	
d_2 = 30 мм = 0,03 м;	
l_1 = 15 м – d_1;	
l_2 = 10 м – d_2;	
R/d = 2 – повороты;	
t = 15 ºC.	



$h_{изб}$= ? $p_{изб}$=?

Используем уравнение Бернулли (см. также задачу № 14):

$$\rho g(h_{\text{изб}} + h_1 - h_2) = \frac{\rho\vartheta^2}{2}\left(1 + \frac{\lambda_1 l_1}{d_1} + \frac{\lambda_2 l_2}{d_2} + K_1 + K_2 + K_3 + K_5\right)(1);$$

Из производительности трубопровода:

$$\vartheta^2 = \frac{Q_1^2(4)^2}{\pi^2 d_1^4};$$

$$v_1 = \frac{Q \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{3{,}14 \cdot (0{,}04)^2} = 0{,}88\ \frac{м}{с};$$

$$Re_1 = \frac{0{,}88 \cdot 1000 \cdot 0{,}04}{1{,}14 \cdot 10^{-3}} = 31000 -$$

режим турбулентный.

$$\lambda_1 = \frac{0{,}316}{31000^{0{,}25}} = \frac{0{,}316}{13{,}3} = 0{,}0238 = 0{,}024;$$

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1{,}56\ \frac{м}{с};$$

$$Re_2 = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{1{,}56 \cdot 1000 \cdot 0{,}03}{1{,}14 \cdot 10^{-3}} = 41052;\ \sqrt[4]{Re} = 14{,}2;$$

$\lambda_2 = \frac{0{,}316}{14{,}2} = 0{,}022$. Из (1),подставляя данные, получим:

$$h_{изб} = h_2 - h_1 + \frac{Q_1^2 \cdot 16(1 + \frac{0{,}024 \cdot 15}{0{,}04} + \frac{0{,}022 \cdot 10}{0{,}03} + 0{,}5 + 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}15 + 2)}{\pi^2 \cdot d_1^4 \cdot g \cdot 2}$$

$$= 20 - 3 + \frac{1{,}21 \cdot 10^{-6} \cdot 16(1 + 9 + 7{,}3 + 0{,}5 + 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}15 + 2)}{9{,}86(16)^2 \cdot 10^{-8} \cdot 9{,}81 \cdot 2}$$

$$= 17 + 0{,}039 \cdot 20{,}3 = 17 + 0{,}79 = 17{,}8\ (м).$$

$$P_{изб} = \rho \cdot g \cdot h_{изб} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 17{,}8 = 1{,}75 \cdot 10^5\ Па = 1{,}75\ атм.$$

Ответ: $h_{изб} = 17{,}8\ (м)$. $P_{изб} = 1{,}75\ атм.$

Задача № 20.

Дано:

Керосин;

латунь ;

l = 1,8 м;

d = 12 мм = 0,012 м;

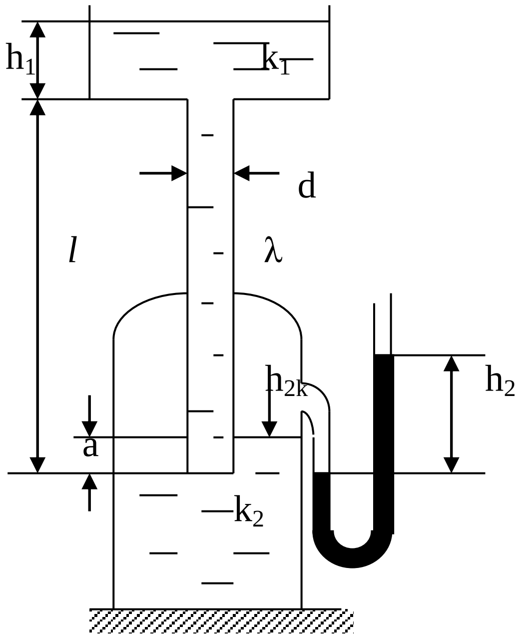
h_1 = 0,4 м;

a = 100 мм = 0,1 м;

h_2 = 10 мм = 0,01 м.

ϑ = ? Q = ?

Решение:



Найдем h_{2k}:

$\rho_p \cdot g \cdot h_p = \rho_k \cdot g \cdot h_{2k}$

13,6·0,01м = 0,78· h_{2k}

h_{2k} = 13,6·0,01/ 0,78 = 0,17(м),-выразили уровень ртути(h_2) через уровень керосина.

Из уравнения Бернулли (см. также задачу № 14):

$$\rho g(h + l - a - h_{2k}) = \frac{\rho\vartheta^2}{2}(1 + \frac{\lambda l}{d} + K_1 + K_2)$$

$$\vartheta^2 = \frac{2g(h_1 + l - a - h_{2k})}{1 + \frac{\lambda l}{d} + K_1 + K_2} \ (1);$$

Определим λ из уравнения (Павлов, с. 24):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\left[\frac{\varepsilon}{3,7} + \left(\frac{6,81}{Re}\right)^{0,9}\right]; т.к. \left(\frac{6,81}{Re}\right)^{0,9} < \frac{\varepsilon}{3,7}, то$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{\varepsilon}{3,7}; \ \varepsilon = \frac{e}{d}, тогда \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{\varepsilon}{3,7d}; \ \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{0,012 \cdot 10^{-3}}{3,7 \cdot 0,012};$$

e = 0,012 (см. Павлов, стр. 519);

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2 \cdot 3,56}; \ \lambda = \frac{1}{7,12^2} = 0,02; \ \frac{\lambda l}{d} = \frac{0,02 \cdot 1,8}{0,012} = 2,9;$$

Из (1) $\vartheta^2 = \frac{2 \cdot 9,81(0,4+1,8-0,1-0,17)}{1+2,9+0,5+1};$

$$\vartheta^2 = \frac{37,87}{3,4} = 11,138 \ \frac{м^2}{с^2}; \ \vartheta = 3,34 \ \frac{м}{с};$$

$$Q = \vartheta \cdot S = \frac{\vartheta \cdot \pi d^2}{4} = 3{,}34 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{-4}}{4} = 3{,}8 \cdot 10^{-4} \frac{м^3}{с} = 1{,}36 \frac{м^3}{ч}.$$

Ответ: $\vartheta = 3{,}34 \frac{м}{с}$; Q = 1,36 $м^3$/ч.

Задача № 21.

Дано:

d = 10 мм = 0,01 м,

l = 1,0 км = 10^3 м,

h = 10 м,

Q = 3,0 $м^3$/ч = $8{,}3\cdot10^{-4}$ $м^3$/с,

к = 2 % l ,

t = 20 ºC, стальной,

$p_{изб} = 2 \cdot 10^5$ Па.

$p_н$ = ? $H_н$ =?

Решение:

$$H_н = h + h_{изб} + \frac{\vartheta^2}{2g}\left(1 + \frac{\lambda l(1+0{,}02)}{d}\right) \ (1).$$

Определим ϑ:

$$Q = \vartheta \cdot S; \vartheta = \frac{Q\cdot4}{\pi d^2} = \frac{8{,}3\cdot10^{-4}\cdot4}{3{,}14\cdot(0{,}01)^2} = 10{,}57\frac{м}{с}.$$

(Павлов, стр. 519): е = 0,2мм.

Определим λ:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{е}{3{,}7d} = -2lg\frac{0{,}2}{3{,}7\cdot10} = 2\cdot2{,}27.$$

$$\sqrt{\lambda} = \frac{1}{4{,}54}; \ \lambda = 0{,}048. \quad H_{изб} = 2\cdot10{,}3 = 20{,}6(м).$$

Из (1): $H_н = 10 + 20{,}6 + \frac{111{,}7}{2\cdot9{,}81}\left(1 + \frac{0{,}048\cdot10^3\cdot1{,}02}{0{,}01}\right) = 10 + 20{,}6 + 2\cdot7949 =$ 28 000 м;

$$p_н = \rho\cdot g\cdot H_н = 10^3\cdot10\cdot28\cdot10^3 = 2{,}8\cdot10^8 (Па).$$

Ответ: $H_н = 2{,}8\cdot10^4$ м; $P_н = 2{,}8\cdot10^8$ Па.

Задача № 22.

Дано:

Q = 40 $м^3$/ч = $1{,}1\cdot10^{-2}$ $м^3$/с,

d = 80 мм = 0,08 м,

l = 0,7 км = 700 м,

h = 6 м,

чугунный,

k = 0,03(l),

l = 1,4 мм.

$P_{изб}$ = ? $H_{изб}$ = ?

Решение:

$$H_{изб} = h + \frac{\vartheta^2}{2g}\left(1 + \frac{\lambda\cdot l(1+0{,}03)}{d}\right) \ (1);$$

Определим ϑ:

$$\vartheta = \frac{Q\cdot4}{\pi\cdot d^2} = \frac{1{,}1\cdot10^{-2}}{\pi\cdot64\cdot10^{-4}} = 0{,}54\frac{м}{с}.$$

Для определения λ используем уравнение:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\cdot lg\frac{l}{3{,}7d} = -2\cdot lg\frac{1{,}4}{3{,}7\cdot80} = -2\cdot lg0{,}0047 = 2\cdot2{,}33 = 4{,}66;$$

$\lambda = (\frac{1}{4{,}66})^2 = 0{,}046;$

$$H_{изб} = 6 + \frac{0{,}29}{2 \cdot 9{,}81}\left(1 + \frac{0{,}046 \cdot 700 \cdot 1{,}03}{0{,}08}\right) = 6 + 6{,}14 = 12{,}1 \text{ м};$$

$P_{изб} = \rho \cdot g \cdot H_{изб} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 12{,}1 = 1{,}19 \cdot 10^5$ Па;

Ответ: $P_{изб} = 1{,}19 \cdot 10^5$ Па; $H_{изб} = 12{,}1$ м.

Задача № 23.

Дано:

$K_1 = 5$,

$H = 3{,}0$ м,

$d = 100$ мм $= 0{,}1$ м,

$k_2 = 0{,}5$.

$Q = ?$

Решение:

$$2gH = \vartheta^2\left(1 + \frac{\lambda l}{d} + k_1 + k_2\right);$$

$$\vartheta^2 = \frac{2gH}{1+k_1+k_2} = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}0}{1+5+0{,}5} = 9,$$

$\vartheta = 3$ м/с ;

$$Q = \vartheta \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3\frac{3{,}14 \cdot 0{,}01}{4} = 0{,}024 \text{ м}^3/\text{с}$$

$Q = 0{,}024$ м^3/с $= 85$ м^3/ч

Ответ: $Q = 85$ м^3/ч.

Задача № 24.

Дано:

$d_1 = 30$ мм $= 0{,}03$ м

$l = 6$ м

$h_1 = 1{,}2$

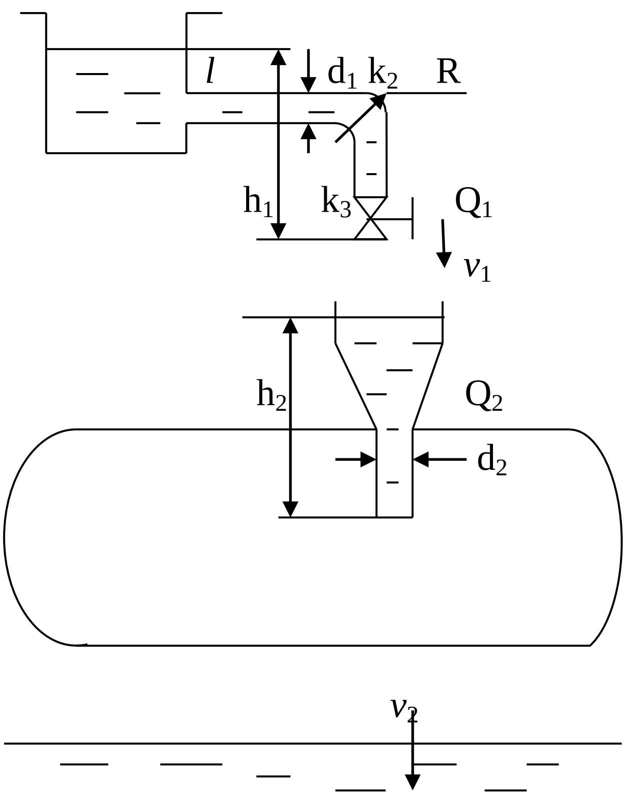
$R/d = 2$

$h_2 = 0{,}12$

$d_2 = 40$ мм $= 0{,}04$ м

$Q_1 = ?$ $\quad Q_2 = ?$

Решение:



$$\vartheta_1^2 = \frac{2gh_1}{(1+\frac{\lambda l}{d_1}+k_1+k_2+k_3)};$$

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64 \cdot \zeta}{\vartheta^1 \cdot \rho \cdot d};$$

$\vartheta \approx \sqrt{\frac{2gh_1}{3}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 1{,}2}{3}} = 2{,}8$; - ϑ находим предварительно, для определения λ :

$$\lambda = \frac{64 \cdot 10^{-3}}{2{,}8 \cdot 1000 \cdot 0{,}03} = 0{,}76 \cdot 10^{-3}.$$

$k_2 = A \cdot B = 1{,}0 \cdot 0{,}15 = 0{,}15$; при $R/d = 2 \rightarrow B = 0{,}15$; $k_3 = 6{,}0$ (Павлов, стр. 521).

Находим окончательно: $\vartheta^2 = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2}{1 + \frac{0{,}76 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{0{,}03} + 0{,}5 + 0{,}15 + 6} = \frac{23{,}5}{7{,}65 + 0{,}152} = 2{,}95 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$;

$$\vartheta = 1{,}7 \text{ м/с}.$$

$$Q_1 = \vartheta_1 \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = 1{,}7 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{4} = 0{,}12 \cdot 10^{-2} \text{м}^3/\text{с};$$

$$\vartheta_2 = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2} \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}12 = 1{,}53 \text{ м}/c;$$

$$Q_2 = 1{,}53 \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{1{,}53 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-2}}{4} = 0{,}19 \cdot \frac{10^{-2} \text{м}^3}{\text{с}}.$$

Ответ: $Q_2 > Q_1$- бензин не будет переливаться через воронку.

Задача № 25.

Дано:

$Q = 10 \cdot 10^{-3}$ м^3/с,

$l_1 = 0{,}1$ км $= 100$ м,

$l_2 = 0{,}7$ км $= 700$ м,

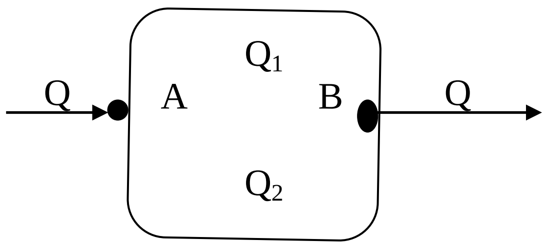
$d_1 = 0{,}08$ м,

$d_2 = 0{,}1$ м.

$Q_1/Q_2 = ?$ $H_{AB} = ?$

Решение:

I; l_1; d_1



II; l_2; d_2

I ветвь:

$$H_{AB} = \frac{\vartheta_1^2}{2g}\left(1 + \frac{\lambda l_1}{d_1}\right) = \frac{Q_1^2 \cdot 16}{2g\pi^2 d_1^4}\left(1 + \frac{\lambda l_1}{d_1}\right) \ (1).$$

II ветвь:

$$H_{AB} = \frac{\vartheta_2^2}{2g}\left(1 + \frac{\lambda_2 l_2}{d_2}\right) = \frac{Q_2^2 \cdot 16}{2g\pi^2 d_2^4}\left(1 + \frac{\lambda_2 l_2}{d_2}\right) \ (2).$$

$$Q = \vartheta \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \ \vartheta^2 = \frac{Q^2 \cdot 16}{\pi^2 \cdot d^4} \text{ ; из (1)и (2):}$$

$$\frac{Q_1^2 \cdot 16}{\pi^2 \cdot d_1^4}\left(1 + \frac{\lambda_1 l_1}{d_1}\right) = \frac{Q_2^2 \cdot 16}{\pi^2 \cdot d_2^4}\left(1 + \frac{\lambda_2 l_2}{d_2}\right) \ (3).$$

Найдем λ:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = -2 \cdot lg\frac{e}{3{,}7d_1} = -2 \cdot lg\frac{0{,}2}{3{,}7 \cdot 80} = -2 \cdot lg0{,}000676 = 2 \cdot 3{,}17 = 6{,}34;$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{40{,}2} = 0{,}025;$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} = -2 \cdot lg\frac{e}{3{,}7d_2} = -2 \cdot lg\frac{0{,}2}{3{,}7 \cdot 100} = -2 \cdot lg0{,}00054 = 2 \cdot 3{,}27 = 6{,}54;$$

$$\lambda_2 = 0{,}023;$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{d_1^4 \cdot \left(1 + \frac{\lambda_2 l_2}{d_2}\right)}{d_2^4 \cdot \left(1 + \frac{\lambda_1 l_1}{d_1}\right)}} = \sqrt{\frac{0{,}4(1 + \frac{0{,}023 \cdot 700}{0{,}1})}{\left(1 + \frac{0{,}025 \cdot 100}{0{,}08}\right)}} = \sqrt{\frac{70{,}4}{29{,}75}} = 1{,}54;$$

$$\begin{cases} \frac{Q_1}{Q_2} = 1{,}54; \\ Q_1 + Q_2 = 10^{-2}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q_2 \cdot 1{,}54; \\ Q_2(1{,}54 + 1) = 10^{-2}; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_2 = \frac{1}{2{,}54} \cdot 10^{-2} = 0{,}39 \cdot 10^{-2} = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}}; \\ Q_1 = 6{,}1 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}}. \end{cases}$$

Из (1) $H_{AB} = \frac{37{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}16}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 9{,}86 \cdot 0{,}41 \cdot 10^{-4}}\left(1 + \frac{0{,}023 \cdot 100}{0{,}08}\right) = 2{,}23$ м.

Ответ: $\frac{Q_1}{Q_2} = 1{,}54$; $Q_1 = 6{,}1 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$; $Q_2 = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$; $H_{AB} = 2{,}23$ м.

Задача № 26.

Дано:

l = 200 м,
Q = 1,5 м^3/ч = 4,17 · 10^3 м^3/с,
Δh_n = 15 м,
λ = 0,03,
ацетон.

d = ?

Решение:

В длинных трубопроводах давление расходуется на преодоление трения, поэтому потерю давления приравниваем:

$$\Delta h_n = \lambda\frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (1).$$

Скорость v определим из расхода:

Q = v · S = v · πd^2/4 = v · 0,785d^2;

Отсюда: $v = \frac{Q}{0{,}785 \cdot d^2}$ (2);

Подставляя (2) в (1), получим: $h = \lambda\frac{l}{d} \cdot \frac{Q^2}{0{,}785^2 \cdot d^4 \cdot 2g}$; Отсюда:

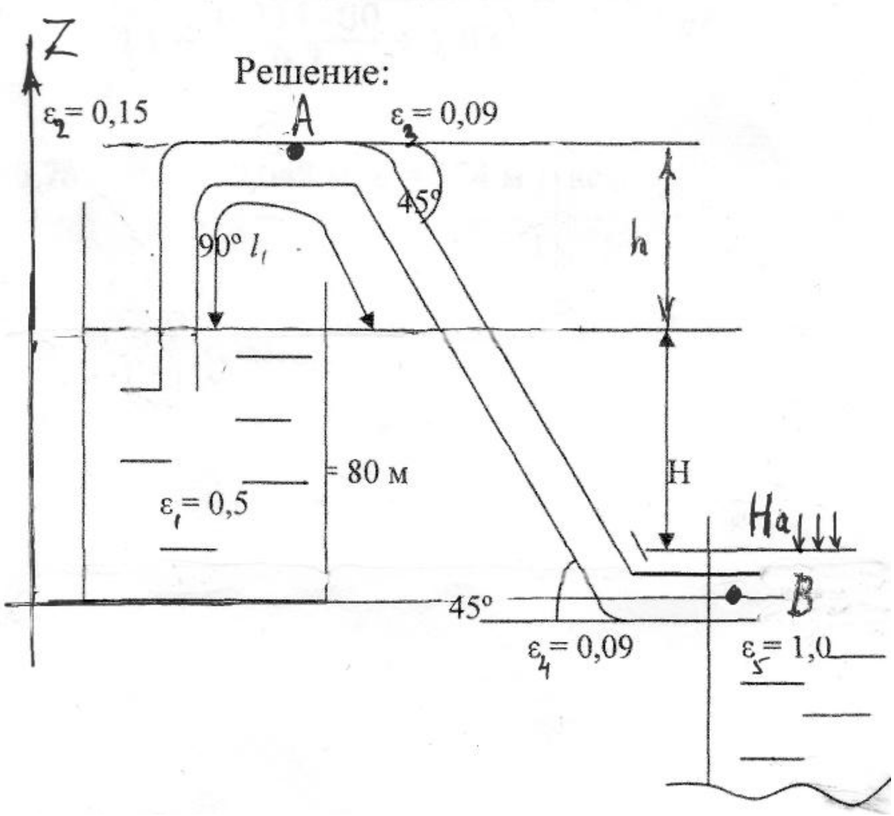
$$d = \sqrt[5]{\frac{\lambda l Q^2}{0{,}785^2 \cdot 2g\Delta h_n}} = \sqrt[5]{\frac{0{,}03 \cdot 200 \cdot 17{,}4 \cdot 10^{-6}}{0{,}62 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot 15}} = \sqrt[5]{0{,}057 \cdot 10^{-5}} = 0{,}056\,м = 56\,мм\,.$$

Ответ: d = 56 мм.

Задача № 27.

Дано:
t=40 ^{0}C
H=2м
d=200мм=0,2 м,
l = 80 м.
поворот 90^0 –один,
поворот 40^0 –два,
R/d=2,
Чугунные трубы ,
l_1=6
p_a=760 мм.рт.ст.

Q=? h=?



Найдем коэффициент сопротивления труб (λ).
.
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{e}{d \cdot 3{,}7}$;   здесь e = 1,4 мм – для чугунных труб, – шероховатость.

Относительная шероховатость:

$$\frac{e}{d} = \frac{1{,}4}{200}$$

Тогда:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2lg\frac{e}{d \cdot 3{,}7} = -2 \cdot lg0{,}00189 = 2 \cdot 2{,}72 = 5{,}45.$$

λ = (1/5,45)^2 = 0,034.

Коэффициенты местных сопротивлений:
ε = 0,5 – вход в трубу с острым краем,
для поворотов труб:
ε = A · B   (Павлов, стр. 521), при R/d = 2,
поворот 90°: A = 1, B = 0,15;
ε = 0,15;
2 поворота по 45°:   A = 1, B = 0,15;

$\varepsilon = 0{,}09$;

Выход из трубы:

$\varepsilon = 1$.

Тогда $\sum \varepsilon = 0{,}5 + 0{,}15 + 2 \cdot 0{,}19 + 1 = 1{,}83$.

Скорость течения воды в трубах найдем:

$$v^2 = \frac{2gH}{\left(1 + \frac{\lambda l}{d} + \sum\varepsilon\right)}; v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2}{\left(1 + \frac{0{,}034 \cdot 80}{0{,}2} + 1{,}83\right)}} = 1{,}54 \left(\frac{м}{с}\right).$$

Расход воды в трубе:

$Q = v \cdot S = v \cdot \pi \cdot d^2/4 = 1{,}54 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}048$ м^3/с = 174 м^3/час

Найдем максимальную высоту поднятия (h) верхней точки А сифона (рисунок подходит) . Уравнение Бернулли для точек А и В:

А) $\frac{\upsilon^2}{2g} + H_{нас} + H + h =$ Const- состоит из скоростного напора $\frac{\upsilon^2}{2g}$, напора насыщенных паров воды ($H_{нас}$) и геометрического напора($H + h$)

В) $H_a + \frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{\upsilon^2}{2g}\left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\varepsilon\right) =$ Const- состоит из напора атмосферного давления (H_a), скоростного напора ($\frac{\upsilon^2}{2g}$), и суммы потерь $\frac{\upsilon^2}{2g}\left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\varepsilon\right)$ путевых и местных (если потери перед рассматриваемой точкой по движению жидкости, то они берутся со знаком плюс, если - после, то - со знаком минус.

Приравнивая А) и В), получим полное уравнение Бернулли, решая которое найдём h:

$$\frac{\upsilon^2}{2g} + H_{нас} + H + h = H_a + \frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{\upsilon^2}{2g}\left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\varepsilon\right) \quad (1),$$

$$h = H_a - H_{нас} - H + \frac{\upsilon^2}{2g}\left(\frac{\lambda l}{d} + \Sigma\varepsilon\right).$$

Подставляем данные и определяем h:

$h =$ 10,3 м.-0,75м.-2,0м.+$\frac{1{,}54^2}{2\cdot 9{,}81}\left(\frac{0{,}034\cdot 80}{0{,}2} + 1{,}18\right)$м. =10,3 м.-0,75мм-2,0м.+1,79м = 9,34 м.

Здесь H_a =760мм.рт.ст.=10,3м.вод.ст.

$\Sigma\varepsilon = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 =$ 0,09+0,09+1,0=1,18.

Ответ: Q=174 $\frac{м^3}{ч}$, h= 9.34 м.

Задача № 28.

Дано:

d = 0,35 м,
δ = 5 мм = 5 · 10^{-3} м,
l = 400 м,
Q = 60 · 10^{-3} $м^3$/с,
n = 2, вода,
трубопровод стальной.

$\Delta\tau_1$ = ?

Решение:

Найдем скорость воды в трубе по известному расходу:
Q = $\vartheta \cdot \pi \cdot d^2/4$; $\vartheta = 4Q/(\pi \cdot d^2) = 4 \cdot 60 \cdot 10^{-3}/(3{,}14 \cdot (0{,}35)^2) = 4 \cdot 60 \cdot 10^{-3}/(3{,}14 \cdot 122{,}5 \cdot 10^{-3}) =$
= 0,62 м/с.

Импульс силы равен изменению импульса тела:
$F \cdot \Delta\tau = m \cdot \Delta\vartheta$; $\Delta\vartheta = \vartheta$;

$F \cdot S \cdot \Delta\tau/S = \rho \cdot S \cdot l \cdot \Delta\vartheta$;
$p \cdot \Delta\tau = \rho \cdot l \cdot \vartheta$ (1);

$$\frac{\rho\cdot\vartheta^2}{2} = \frac{\rho g H}{1+\frac{\lambda l}{d}+k};$$

$$\frac{\rho\cdot\vartheta^2}{2}\left(1+\frac{\lambda l}{d}+k\right) = p \quad (2);$$

(2) в (1): $\frac{\rho\cdot\vartheta^2}{2}\left(1+\frac{\lambda l}{d}+k\right)\cdot\Delta t = \rho\cdot l\cdot\vartheta$;

Отсюда найдём Δt :

Из (2):

p = 1000 · $0{,}62^2$/2 · 21 = 4036 Па;

$$\Delta t = \frac{2l}{v\cdot\left(1+\frac{0{,}017\cdot 400}{0{,}35}+0{,}5\right)} = \frac{2\cdot 400}{0{,}62\cdot 21} = 61\ с.$$

Это время, за которое установится давление 4036 Па, определяемое по формуле (2).

Но при мгновенном закрытии изменение давления будет передаваться со скоростью звука (гидравлический удар), поэтому для определения $\Delta\tau$ v будет равна 1483 м/с – скорости звука в воде, тогда:

$$\Delta t = \frac{2l}{v_{зв}\cdot\left(1+\frac{\lambda l}{d}+k\right)} = \frac{2\cdot 400}{1483\cdot\left(1+\frac{0{,}017\cdot 400}{0{,}35}+0{,}5\right)} = 0{,}026\ с.$$

Из формулы (1) видно, что $\Delta\tau$ и p обратно пропорциональны друг другу, т.е. $\Delta\tau_1 = n \cdot \Delta\tau$, т.е. $\Delta\tau_1$ = 2 · 0,026 с = 0,052 с.

Найдем максимальное давление (гидравлического удара):

$$p = \rho \cdot v^2/2(1 + \lambda l/d + k) = 1000\cdot 1483^2/2\cdot 21 = 23{,}1 \cdot 10^9\ Па.$$

Ответ: τ_1 = 0,052 с.

Задача №29

Дано:

1) Вода

h_1=2,2 м

$\rho_1=1000\,\frac{кг}{м^3}$,

Глицерин,

h_2=2,2 м, $\rho_2=1.23\cdot10^3\,\frac{кг}{м^3}$,

2) $h_1=2h$ – одна жидкость.

υ =? υ_1 =?

Решение :

Используем основное уравнение гидростатики:

$\upsilon^2=2gh_1+2gh_2=2g\,(h_1+h_2)$,

или $\upsilon=\sqrt{2g\,(h_1+h_2)}=\sqrt{2g\,2\,h}$ (1) ,

где $h_1=h_2=h$.

1) $\upsilon=\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot2\cdot2{,}2}=9{,}3\,\frac{м}{с}$.

В уравнение (1) плотность жидкости не входит поэтому скорость υ_1 не изменится в сравнении с υ.

2) $\upsilon_1=\sqrt{2g\,2\,h}=9{,}3\frac{м}{с}$;

Действительно, скорость не изменится.

Ответ: 1) $\upsilon=9{,}3\,\frac{м}{с}$; 2) скорость не изменится.