Федеральное агентство по образованию
Архангельский государственный технический университет

МЕХАНИКА

Методические указания к выполнению лабораторных работ по физике

Архангельск
2008

Рассмотрены и рекомендованы к изданию методической комиссией
факультета промышленной энергетики
Архангельского государственного технического университета
26 ноября 2008 года

Автор-составитель
А.И. Аникин, доц., канд. техн. наук

Рецензенты
А.В.Соловьев, доц., канд. техн. наук
Л.В.Филимоненкова, доц., канд. техн. наук

УДК 530

Аникин А.И. Механика: методические указания к выполнению лабораторных работ по физике. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2008. – 49 с.

Подготовлены кафедрой физики АГТУ.

В методических указаниях изложены основные сведения о погрешностях и методах обработки результатов измерений физических величин, дано описание 7 лабораторных работ и порядка их выполнения, а также справочный материал, необходимый для обработки опытных данных. Каждая работа содержит теоретическую часть, позволяющую получить ясное представление о существе изучаемых явлений и применяемых методах измерения физических величин.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей вузов.

Ил. 14. Табл. 11. Библиогр. 5 назв.

1 ПОГРЕШНОСТИ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1.1 Измерение физических величин

Физика – это наука, изучающая общие свойства и законы движения вещества и поля.

Процесс познания в физике, как и в любой другой науке, начинается либо с наблюдения явлений в естественных условиях, либо со специально поставленных опытов – экспериментов. На основе обобщения накопленных опытных фактов устанавливаются физические законы, то есть утверждения, выражающие объективные закономерности, существующие в природе. Законы устанавливают связь между физическими величинами. Однако эти величины необходимо предварительно измерить.

Физическая величина – это свойство материального объекта, качественно общее множеству объектов, но количественно индивидуальное для каждого из них. Под измерением физической величины понимают ее сравнение с однородной величиной, принятой за единицу измерения. Число, полученное в результате измерения, называют числовым значением физической величины.

Измерения подразделяют на прямые, косвенные, совокупные и совместные.

Прямые измерения проводят с помощью приборов, которые измеряют саму исследуемую величину. Так, массу тела можно измерить с помощью весов, длину − измерить линейкой, а время – секундомером.

При косвенных измерениях искомую величину определяют на основе результатов прямых измерений других величин, которые связаны с измеряемой величиной известной функциональной зависимостью. Примерами косвенных измерений являются определение плотности тел по их массе и объему, сопротивления резистора на основе прямых измерений силы тока через резистор и падения напряжения на нем.

Совокупными называют измерения нескольких однородных величин, значения которых определяют путем решения системы уравнений, получаемых при измерениях различных сочетаний этих величин. Например, измерение, при котором массы отдельных гирь набора находят по известной массе одной из них и результатам сравнения масс различных сочетаний гирь данного набора.

Совместные измерения – это производимые одновременно измерения двух или нескольких величин для нахождения зависимости между ними. Примером совместных измерений может служить измерение параметров некоторой прямой по данным измерений ее координат.

Истинное значение физической величины, как правило, абсолютно точно определить нельзя, что обусловлено ограниченной точностью измерительных приборов и несовершенством наших органов чувств. Поэтому результаты измерений дают нам не истинное, а приближенное значение измеряемой величины. Каждый измерительный инструмент обычно имеет шкалу, промежутки между делениями которой не могут быть сколь угодно малыми. Если, например, мы выполняем измерения с помощью измерительной линейки, имеющей деления через 1 мм, то это значение можно считать порогом чувствительности этого измерительного устройства. При измерениях часто на глаз определяют и число десятых долей деления. Если при измерении линейкой получено значение l = 125,3 мм, то следует заметить, что в этом числе верными являются только первые три цифры, а последняя цифра 3 является сомнительной (истинное значение десятых долей миллиметра может отличаться от указанного). Штангенциркуль или микрометр позволяют повысить точность измерений, однако и в этом случае результаты измерений будут числами приближенными.

Помимо измерений, источниками приближенных чисел являются некоторые математические операции, например:

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$; $\ln 2 \approx 0{,}6931$.

Приближенными являются и многие константы, приводимые в справочниках. К примеру, при расчетах число π обычно принимают равным 3,14. Более точное значение этой величины $\pi \approx 3{,}1416$. Однако и это значение в свою очередь является приближенным, так как получено путем округления.

Приближенными являются и все вычисления, которые выполняют при обработке результатов физических измерений. При таких расчетах необходимо соблюдать правила действий с приближенными числами.

1.2 Действия с приближенными числами

1.2.1 Верные, неверные и сомнительные цифры

Результатами измерений или математических операций с приближенными числами являются числа, которые могут содержать верные, сомнительные и неверные цифры. Верной цифрой обычно называют такую, погрешность которой не превышает половины единицы ее разряда. Сомнительная цифра – следующая за верной. Неверными считаются цифры, которые стоят справа от сомнительной (или двух сомнительных). Неверные цифры принято отбрасывать путем округления.

1.2.2 Правила округления

1. Если первая отбрасываемая цифра меньше пяти, то последняя сохраняемая цифра не изменяется ($0{,}1438 \approx 0{,}14$).

2. Если первая отбрасываемая цифра больше пяти или равна пяти, но за ней стоят цифры отличные от нуля, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу ($0{,}1478 \approx 0{,}15$; $0{,}1452 \approx 0{,}15$).

3. Если отбрасывается одна цифра пять, а следующие цифры – нули или неизвестны, то последняя сохраняемая цифра не изменяется, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная ($42{,}85 \approx 42{,}8$; $42{,}75 \approx 42{,}8$).

1.2.3 Экспоненциальная форма записи чисел

При выполнении расчетов часто используют экспоненциальную (показательную) форму записи чисел в виде

$$\pm M \cdot 10^{\pm E},$$

где M – мантисса числа, E – порядок.

Если мантисса числа записана так, что в разряде единиц стоит цифра от 1 до 9, а все остальные цифры – в десятичных разрядах после запятой, то говорят, что число представлено в нормализованном виде. Например, число 0,000314 в экспоненциальной форме с нормализованной мантиссой записывают в виде $3{,}14 \cdot 10^{-4}$, число 2483 – в виде $2{,}483 \cdot 10^{3}$.

1.2.4 Количество значащих цифр в числе

К значащим относят все верные и сомнительные цифры. К незначащим – нули слева и те нули справа, которые заменяют отброшенные путем округления или неизвестные цифры. Например, в числе 0,00401 – 3 значащие цифры; в числе 8400 – 4 значащие цифры.

Чтобы избежать недоразумений, не следует писать нули вместо отброшенных или неизвестных цифр. В этом случае принято использовать экспоненциальную форму записи чисел. Так число 8400, если оно имеет две значащие цифры, следует записать, например, как $84 \cdot 10^{2}$или $8{,}4 \cdot 10^{3}$ и т.п.

Для того чтобы можно было судить о точности приближенного числа, его необходимо записывать так, чтобы оно не содержало неверных цифр. Если по каким-то причинам неверные цифры не отброшены, они считаются незначащими.

1.2.5 Точность числа

Точностью приближенного числа называют единицу разряда последней справа значащей цифры. Например, у числа 0,418 – точность 0,001, у числа 0,58 – точность 0,01.

1.2.6 Точность расчетов

При обработке результатов измерений обычно используют микрокалькулятор или персональный компьютер, которые позволяют существенно сократить затраты времени на вычисления. Однако результаты расчетов, выполненных с помощью вычислительной техники, необходимо анализировать, так как не все цифры, которые будут получены, могут быть значащими. Проиллюстрируем это примером. Предположим, что необходимо выполнить расчеты по формуле

$$S = \frac{at^2}{2},$$

где a = 1,3 м/с^2; t = 12,1 с.

В этой формуле число 2 – точное, а физические величины (ускорение a и время t) являются числами приближенными, так как получены путем измерений. После подстановки числовых значений в расчетную формулу и вычислений получаем такой результат:

$$S = \frac{1{,}3 \cdot 12{,}1^2}{2} = 95{,}1665 \text{ м}.$$

Однако в полученном числе не все цифры являются достоверными. Действительно, в исходных данных последние значащие цифры являются сомнительными, так как могли быть получены, например, путем округления. Исходные значения величин могли быть такими: a = 1,34 м/с^2; t = 12,14 с или a = 1,26 м/с^2; t = 12,06 с. В результате вычислений могли быть, соответственно, получены такие результаты:

$$S = \frac{1{,}34 \cdot 12{,}14^2}{2} = 98{,}744332 \text{ м} \text{ или } S = \frac{1{,}26 \cdot 12{,}06^2}{2} = 91{,}629468 \text{ м}.$$

Сравнение результатов показывает, что они отличаются уже вторыми знаками слева. Следовательно, верным является только первый знак, второй – сомнительным. Остальные цифры не несут никакой информации и могут лишь ввести в заблуждение относительно высокой точности полученного результата. С учетом этого в рассмотренном примере результат следует округлить до двух значащих цифр, то есть считать, что $S \approx$ 95 м.

При выполнении математических операций с приближенными числами необходимо соблюдать несколько правил.

1. При сложении и вычитании результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например:

$$346 + 2{,}2 = 348{,}2 \approx 348 .$$

2. При умножении и делении результат должен содержать столько значащих цифр, сколько их имеется в исходном числе с наименьшим количеством таких цифр. Например:

$$3{,}14 \cdot 1{,}3 = 4{,}082 \approx 4{,}1.$$

3. При возведении в степень или извлечении корня любой степени, логарифмировании или вычислении какой-либо стандартной функции результат записывают с тем же количеством значащих цифр, что содержит аргумент.

4. Для того чтобы исключить накопление погрешностей за счет округления, в промежуточных расчетах принято сохранять один лишний знак, который отбрасывают при записи окончательного результата.

1.3 Погрешности измерительных приборов

1.3.1 Абсолютная, относительная и приведенная погрешности

Измерительный прибор (ИП) – это средство для проведения измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Все ИП могут быть разделены на аналоговые и цифровые. В аналоговом ИП показания являются непрерывной функцией изменений измеряемой величины, а измерительная информация представляется, например, в виде перемещения указателя по шкале, перемещения пера по диаграмме и т.д. Цифровой ИП автоматически вырабатывает дискретные сигналы измерительной информации, а его показания представляются в цифровой форме.

Несовершенство ИП является одной из причин появления погрешностей измерений. Абсолютной погрешностью измерительного прибора называют разность между показанием прибора $x_{изм}$ и истинным значением измеряемой величины $x_{ист}$

$$\Delta x = x_{изм} - x_{ист} .$$

Абсолютная погрешность, однако, не может служить однозначным показателем точности измерений, так как одно и то же ее значение, например, ΔU = 0,1 В при напряжении U = 100 В соответствует достаточно высокой точности измерений, а при U = 1 В − низкой. Поэтому для характеристики точности результатов измерений вводят понятие относительной погрешности. Относительной погрешностью ИП называют отношение его абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} \text{ или } \delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} \cdot 100 .$$

Относительная погрешность обычно выражается в процентах и является очень наглядной характеристикой точности результатов измерений, однако не всегда удобна в качестве характеристики прибора, так как при различных значениях x может принимать различные значения. В связи с этим для указания и нормирования погрешностей средств измерений (СИ) вводят понятие приведенной погрешности, которая определяется как отношение абсолютной погрешности прибора к нормирующему значению $x_{\text{н}}$:

$$\gamma_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{н}}} \cdot 100 .$$

В качестве нормирующего значения используют:

- предельное значение измеряемой величины по шкале прибора, если нулевая отметка находится на краю или вне шкалы;
- сумму модулей пределов измерений, если нулевая отметка расположена внутри диапазона измерений;
- номинальное значение, если прибор предназначен измерять величины, имеющие номинальное значение;
- длину шкалы, если шкала резко неравномерна.

1.3.2 Методические и инструментальные погрешности

В зависимости от источника возникновения различают методические и инструментальные погрешности.

Методические погрешности обусловлены несовершенством метода измерений. Примером методической погрешности является, например, погрешность отсчитывания со шкалы аналогового ИП или погрешность, связанная с запаздыванием реакции наблюдателя на сигнал (например, при нажатии на головку секундомера). Такие погрешности иногда называют субъективными или личностными, поскольку они зависят от индивидуальных особенностей экспериментатора.

Другой часто встречающейся причиной методической погрешности является несоответствие измеряемой величины той величине, которая должна быть измерена. Примером такой погрешности является измерение напряжения вольтметром. Вследствие конечного значения сопротивления вольтметра измеряемое напряжение оказывается меньше, чем было до присоединения вольтметра.

Основной отличительной чертой методических погрешностей является то обстоятельство, что они не могут быть указаны в технической документации на средство измерений, а должны оцениваться самим экспериментатором с учетом выбранной методики измерений.

Погрешность средств измерений, обусловленную их несовершенством, называют инструментальной погрешностью и подразделяют на основную и дополнительную.

Основная погрешность СИ – это погрешность в условиях, принятых за нормальные. Средства измерений аттестуют или градуируют при вполне определенных условиях, которые оговаривают в технической документации на СИ и называют нормальными, а погрешность СИ, возникающую в этих условиях, называют основной погрешностью. Условия эксплуатации могут отличаться от нормальных, что вызывает появление дополнительной погрешности СИ, которая добавляется к основной.

1.3.3 Аддитивные и мультипликативные погрешности

По виду зависимости от значения измеряемой величины погрешности СИ подразделяют на аддитивные и мультипликативные. Если абсолютная погрешность измерительного прибора во всем диапазоне измерений не зависит от текущего значения измеряемой величины, то такая погрешность называется аддитивной. Если же абсолютная погрешность прибора возрастает пропорционально росту измеряемой величины x, а при $x = 0$ также равна нулю, то такую погрешность называют мультипликативной. У реальных СИ одновременно присутствуют и аддитивная, и мультипликативная погрешности, которые могут иметь как систематический, так и случайный характер.

1.3.4 Класс точности

Точность СИ характеризуется их классом точности. Для каждого СИ устанавливаются нормированные пределы допускаемых погрешностей, то есть границы, за пределы которых не может выходить погрешность в процессе эксплуатации прибора. Если погрешность СИ при проверке оказывается меньше нормированных значений, то СИ может эксплуатироваться, если нет – то подлежит ремонту.

Классом точности средства измерений называют его обобщенную характеристику, определяемую пределами допускаемых погрешностей, а также другими свойствами, влияющими на точность. Классы точности СИ указываются в технической документации и обозначаются на шкалах, щитках или корпусах измерительных приборов. Чаще всего для обозначения классов точности используют числовые значения 6 – 4 – 2,5 – 1,5 – 1,0 – 0,5 – 0,2 – 0,1 – 0,05 – 0,02 – 0,01 и т.д.

Если аддитивная погрешность СИ преобладает над мультипликативной (таких приборов большинство), то класс точности указывается без каких либо дополнительных обозначений, например, просто **0,5**, и означает предел допускаемой приведенной основной погрешности γ_x, выраженной в процентах.

Если прибор имеет резко неравномерную шкалу, то в качестве нормирующего значения принимают длину шкалы, и в этом случае класс точности обозначают, например, как **0,5**.

Если мультипликативная погрешность СИ преобладает над аддитивной, то значение класса точности обводится кружком, например **0,5**, и означает предел допускаемой относительной основной погрешности δ_x, выраженной в процентах.

При наличии у СИ и аддитивной, и мультипликативной погрешности класс точности обозначается в виде дроби, например 0,02/0,01. Числитель и знаменатель дроби означают пределы допускаемой приведенной основной погрешности в конце и начале диапазона измерений соответственно.

Классы точности некоторых СИ обозначают римскими цифрами или прописными буквами латинского алфавита. В этом случае необходимо внимательно ознакомиться с технической документацией на соответствующее СИ и пользоваться для вычисления погрешности приводимой в ней информацией.

В тех случаях, когда класс точности не указан на измерительном приборе, предел его допускаемой абсолютной основной погрешности Δx можно приближенно считать равным половине цены деления. Так, при измерениях металлической линейкой с ценой деления 1мм допускается принимать Δl = 0,5 мм. У приборов, оснащенных нониусом, предел абсолютной погрешности приближенно определяется ценой его деления. Например, у штангенциркуля это 0,1 мм или 0,05 мм, у микрометра – 0,01 мм.

Для выполнения технических измерений, не требующих высокой точности, применяют СИ, обеспечивающие выполнение измерений с относительной погрешностью 1–2 % и выше. Для точных лабораторных измерений следует применять СИ, обеспечивающие выполнение измерений с относительной погрешностью, как правило, не превышающей 1 %.

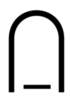
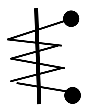
1.4 Характеристики измерительных приборов

На шкалах, щитках и корпусах ИП, как правило, наносятся условные обозначения, позволяющие судить о назначении, принципе действия, точности, области и условиях применения тех или иных приборов. Примеры некоторых обозначений, характерных для ИП, используемых при выполнении лабораторных работ по курсу физики, и их значения приведены в таблице 1.1.

Обозначения единиц физических величин:

A – ампер; mA – миллиампер; μA – микроампер; W – ватт; Ω – ом; MΩ – мегаом; V – вольт; F – фарад; Hz – герц; kWh – киловатт-час.

Таблица 1.1 – Обозначения на шкалах приборов

Условное обозначение	Значение
	Прибор магнитоэлектрической системы с подвижной рамкой (угол поворота рамки, находящейся в постоянном магнитном поле, пропорционален силе тока, проходящего по ней, а отсчетное устройство чаще всего состоит из неподвижной равномерной шкалы и указателя в виде стрелки или светового луча, поворачивающихся вместе с рамкой)
	Прибор электромагнитной системы (такие ИП имеют подвижный ферромагнитный сердечник и указатель, например, в виде стрелки, положение которых зависит от силы измеряемого тока, проходящего по неподвижной катушке; характеризуются неравномерной шкалой и пригодны для измерений в цепях постоянного и переменного тока)
—	Постоянный ток
~	Переменный ток
	Постоянный и переменный ток
0,5	Класс точности 0,5 (для ИП, аддитивная погрешность которых преобладает над мультипликативной)
0,5	Класс точности 0,5 (для ИП, мультипликативная погрешность которых преобладает над аддитивной)
	Горизонтальное положение шкалы
⊥	Вертикальное положение шкалы

Продолжение таблицы 1.1

Условное обозначение	Значение
$\angle 30^\circ$	Наклонное положение (шкала под углом 30° к горизонту)
✳	Общий зажим для многопредельных приборов
⏚	Зажим для заземления
☆ 5	Изоляция между электрической цепью прибора и его корпусом испытана напряжением 5 кВ

Чувствительность измерительного прибора – это характеристика ИП, которая определяется как отношение приращения сигнала Δy на выходе ИП к приращению Δx входного сигнала, когда последний стремится к нулю:

$$S = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}.$$

Измерительные приборы с линейной статической характеристикой имеют неизменную в любой точке шкалы чувствительность и равномерную шкалу. Например, S = 5 дел/В (5 делений шкалы на 1 вольт).

Цена деления – это разность значений измеряемой величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы. Цена деления связана с чувствительностью зависимостью

$C = 1/S$.

Например, C = 0,2 В/дел (0,2 вольта на 1 деление).

Отчет о лабораторной работе должен содержать перечень измерительных приборов и их характеристики, записанные с помощью условных обозначений. Например, характеристики милливольтметра магнитоэлектрической системы, предназначенного для выполнения измерений в цепях постоянного тока, имеющего предельное значение измеряемого напряжения 200 мВ, цену деления шкалы 2 мВ/дел и класс точности 1,0, с помощью условных обозначений могут быть записаны так:

mV; ⋂ ; — ; $U_{\max}$ = 200 мВ; C = 2 мВ/дел; 1,0; ΔU = 2 мВ.

Здесь $\Delta U = \dfrac{\gamma_U U_{\max}}{100}$ – предел допускаемой абсолютной основной погрешности.

1.5 Погрешности результатов измерений

Точность измерений характеризуется их погрешностью. Абсолютной погрешностью измерения называют разность между полученным в опыте $x_{\text{изм}}$ и истинным $x_{\text{ист}}$ значениями физической величины

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}.$$

Абсолютная погрешность измерения всегда выражается в тех же единицах, что и измеряемая величина.

Относительная погрешность измерения равна отношению абсолютной погрешности к значению измеряемой величины

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} \text{ или } \delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} \cdot 100.$$

Как следует из этих соотношений, для того чтобы найти погрешность измерений, необходимо знать не только измеренное, но и истинное значение измеряемой величины. Но если истинное значение известно, то незачем производить измерения. Цель измерений всегда состоит в том, чтобы найти неизвестное значение физической величины. Полученное значение если и не будет истинным, то, по крайней мере, должно достаточно мало от него отличаться.

При выполнении измерений выполняют оценку их точности (оценку погрешности измерений). По характеру проявления погрешности измерений подразделяют на грубые (промахи), случайные и систематические.

Грубые погрешности (промахи) возникают вследствие недосмотра экспериментатора или неисправности аппаратуры. Если установлено, что результат измерения содержит грубую погрешность, то такой результат следует исключить из рассмотрения.

Погрешности, меняющие величину и знак от опыта к опыту, называют случайными. Случайные погрешности являются следствием случайных, неконтролируемых причин, влияние которых на процесс измерения невозможно учесть непосредственно. Присутствие случайных погрешностей проявляется при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Полностью устранить случайные погрешности невозможно, но можно оценить их величину путем статистической обработки результатов измерений.

Систематическими называют погрешности, которые являются следствием несовершенства приборов, а также недостатков методики измерения. Систематические погрешности сохраняют свою величину и знак во время эксперимента. В результате систематических погрешностей разбросанные из-за случайных ошибок результаты измерений колеблются не вокруг истинного, а вокруг некоторого смещенного значения.

На рисунке 1.1 показан разброс результатов измерений вокруг истинного значения $x_{ист}$ при отсутствии и при наличии систематической погрешности.

а) б)

Рисунок 1.1 – Разброс результатов измерений вокруг истинного значения: а) при отсутствии систематической погрешности; б) при наличии систематической погрешности

В некоторых случаях систематические погрешности можно исключить, например, путем введения поправок. Однако полностью устранить систематические погрешности нельзя. Неисключенные систематические погрешности необходимо оценивать и учитывать при оценке погрешности результатов измерений наряду со случайными. Оценка границ неисключенной систематической погрешности является весьма сложной задачей, требует опыта и интуиции.

После окончания измерений и оценки их погрешности необходимо проанализировать результаты. При этом возможны три случая.

1. Если систематическая погрешность мала по сравнению со случайной, то при записи результата измерений следует указывать только случайную погрешность.

2. Если случайная погрешность мала по сравнению с систематической, то при записи результата измерений следует указывать только систематическую погрешность.

3. Если систематическая и случайная погрешности сопоставимы по величине, то при записи результата измерений указывают и систематическую, и случайную погрешности либо суммарную погрешность.

1.6 Оценка погрешности прямых однократных измерений

Результат любого измерения имеет ценность лишь тогда, когда можно оценить степень его достоверности. Поэтому данные о любом измерении должны сопровождаться указанием его погрешности.

Однократные измерения обычно проводят в том случае, если предварительный анализ данных об измеряемой величине, условиях измерений и источниках погрешностей показывает, что случайная погрешность мала по сравнению с систематической. Погрешность результата прямого однократного измерения в первую очередь определяется погрешностью используемых СИ. Поэтому приближенно погрешность такого измерения можно принять равной погрешности, которой в данной точке диапазона измерений характеризуется используемое СИ. Оцениваться должны и абсолютная, и относительная погрешности измерения. При этом возможны два наиболее распространенных случая.

1. Класс точности прибора указан одним числом без дополнительных обозначений. Тогда абсолютная погрешность результата измерения равна

$$\Delta x = \frac{\gamma_x \, x_{\text{н}}}{100},$$

где γ_x – предел допускаемой приведенной основной погрешности в процентах (класс точности прибора); $x_{\text{н}}$ – нормирующее значение.

Относительная погрешность измерений:

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{изм}}} \cdot 100 .$$

2. Класс точности прибора указан в виде числа, заключенного в кружок. Тогда относительная погрешность измерений (в процентах) не зависит от значения *x* и численно равна классу точности прибора, а абсолютная погрешность:

$$\Delta x = \frac{\delta_x \, x_{\text{изм}}}{100}.$$

Результат однократного измерения можно записать в виде

$$x = x_{\text{изм}} \pm \Delta x .$$

Эта запись означает, что истинное значение измеряемой величины находится в интервале

$$\left[x_{\text{изм}} - \Delta x;\; x_{\text{изм}} + \Delta x\right].$$

Изложенное выше справедливо в том случае, если у СИ не возникают дополнительные погрешности, которые должны добавляться к основной. Пределы дополнительных погрешностей СИ связаны с их классами точности и регламентируются стандартами на отдельные виды средств измерений. Для СИ производственного назначения пределы основной погрешности обычно устанавливают для всей области рекомендуемых условий эксплуатации, поэтому исключается необходимость оценки дополнительных погрешностей таких СИ.

1.7 Оценка случайной погрешности измерений

1.7.1 Прямые измерения

Оценку случайной погрешности многократных прямых измерений одной и той же физической величины выполняют в такой последовательности.

1. Рассчитывают среднее арифметическое всех измеренных значений физической величины

$$\langle x\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

где x_i – результат i-го измерения; n – число измерений.

Среднее арифметическое значение $\langle x\rangle$ обычно принимают в качестве наилучшей оценки истинного значения измеряемой величины.

2. Определяют среднее квадратичное отклонение среднего арифметического

$$S_{\langle x\rangle} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \langle x\rangle)^2}{n(n-1)}} .$$

3. Следует проанализировать имеющиеся результаты измерений на наличие промахов. Простейшим способом является использование правила, когда промахами считаются все значения x_i, удовлетворяющие неравенству:

$$|x_i - \langle x\rangle| > 3S_{\langle x\rangle}\sqrt{n} .$$

Такие значения исключают из обработки и расчет $S_{\langle x\rangle}$ выполняют заново.

Допустимо также использовать критерий, в соответствии с которым к промахам относятся только значения x_i, удовлетворяющие неравенству:

$$|x_i - \langle x\rangle| > 4S_{\langle x\rangle}\sqrt{n} .$$

4. Рассчитывают доверительную случайную погрешность

$$\Delta x_{сл} = S_{\langle x \rangle} t_{\alpha, n},$$

где $t_{\alpha,n}$ − коэффициент Стъюдента, который зависит от доверительной вероятности α и числа измерений n.

В инженерных расчетах обычно принимают α = 0,90 или α = 0,95. Значения коэффициента Стьюдента приведены в таблице А.1 приложений.

Чем больше число измерений, тем меньше случайная погрешность. Увеличивая число измерений, можно практически полностью исключить случайные погрешности.

1.7.2 Косвенные измерения

Одним из способов оценки случайной погрешности косвенных измерений является метод приведения. Этот метод предполагает наличие ряда значений косвенно измеряемой величины x, которые условно рассматривают как результаты прямых измерений и обрабатывают по методике, изложенной в пункте 1.7.1 Прямые измерения.

1.8 Запись результатов измерений

При выполнении лабораторных работ по физике анализ систематических погрешностей, как правило, не проводят. В этом случае результат измерений записывают в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x_{сл}.$$

Эта запись означает, что истинное значение измеряемой величины x с доверительной вероятностью α находится в доверительном интервале (при условии, что систематическая погрешность измерений пренебрежимо мала по сравнению со случайной)

$$\left[\langle x \rangle - \Delta x_{сл}; \langle x \rangle + \Delta x_{сл}\right].$$

Относительная погрешность измерений равна

$$\delta_x = \frac{\Delta x_{сл}}{\langle x \rangle} \cdot 100.$$

При записи результатов измерений необходимо придерживаться следующих правил:

- погрешность результата измерения выражают двумя значащими цифрами, если первая из них 1 или 2, и одной − если первая цифра 3 и более.

- результат измерения округляют до того же десятичного разряда, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности.

2 ПОРЯДОК ПОДГОТОВКИ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

2.1 Требования к домашней подготовке

Выполнению лабораторной работы должна предшествовать домашняя подготовка, в ходе которой следует внимательно ознакомиться с описанием к лабораторной работе. Затем в отчете о лабораторной работе необходимо оформить вводную часть по следующей схеме:

- указать название работы и кратко сформулировать ее цель;
- изобразить схему экспериментальной установки;
- привести вывод расчетных формул;
- письменно ответить на контрольные вопросы;
- подготовить таблицу для записи результатов измерений.

При оформлении отчета о лабораторной работе следует руководствоваться правилами, изложенными в стандарте АГТУ СТО 01.04 – 2005 [5].

Студент может приступить к выполнению лабораторной работы только после того, как получит разрешение преподавателя. Студенты, не имеющие подготовки к лабораторной работе, к ее выполнению не допускаются.

2.2 Оформление таблиц

Результаты измерений, как правило, записывают в таблицы. При этом необходимо придерживаться следующих правил:

- сначала записывают номер таблицы и ее название;
- наименование физических величин или их условное обозначение, единицы величин пишут только один раз в верхней строке или левом столбце;
- при записи чисел, представленных в экспоненциальной форме, в таблицу заносят только мантиссу числа, а общий множитель $10^{\pm E}$ выносят в верхнюю строку или левый столбец (например, результаты $I_1 = 4{,}83 \cdot 10^{-2}$ кг·м^2; $I_2 = 4{,}61 \cdot 10^{-2}$ кг·м^2; $I_3 = 4{,}46 \cdot 10^{-2}$ кг·м^2 и т.д. можно представить в виде $I_1 \cdot 10^2 = 4{,}83$ кг·м^2; $I_2 \cdot 10^2 = 4{,}61$ кг·м^2; $I_3 \cdot 10^2 = 4{,}46$ кг·м^2 и т. д., тогда в таблицу следует записывать только числовые значения 4,83; 4,61; 4,46 а в верхнюю строку или левый столбец − $I \cdot 10^2$, кг·м^2);
- таблицы следует чертить только по линейке.

2.3 Построение графиков

Графики позволяют наглядно представить характер зависимости одних физических величин от других. Как правило, графики имеют вид гладких, плавных линий, без резких изломов. Вследствие погрешностей измерений часть экспериментальных точек или даже все не ложатся на эти линии, а группируются вокруг них случайным образом.

При построении графиков следует руководствоваться следующими правилами.

1. Графики необходимо выполнять с использованием чертежных принадлежностей желательно на миллиметровой бумаге.
2. По оси ординат следует откладывать значения функции, по оси абсцисс – значения аргумента.
3. При построении графиков желательно выбирать такие координаты, чтобы ожидаемая зависимость была линейной.
4. Масштаб графика должен быть удобным для нанесения экспериментальных точек.
5. Координатные оси должны быть размечены метками. Рядом с делениями проставляют цифры, позволяющие установить значения, соответствующие делениям шкалы. Около осей координат указывают обозначения физических величин и их единицы.
6. Точка пересечения координатных осей не обязательно должна совпадать с нулевыми значениями функции и аргумента.
7. Экспериментальные точки наносят на график в виде условных знаков небольшого размера (кружки, квадратики, крестики и т.д.). Никаких лишних линий и отметок, поясняющих построение точек, на график не наносят, так как они загромождают рисунок и мешают анализировать результаты.
8. Не следует соединять экспериментальные точки на графике отрезками прямой и получать таким образом ломаную линию.
9. Экспериментальную кривую (прямую) следует проводить так, чтобы она проходила примерно в средней части всей совокупности экспериментальных точек.
10. Экспериментальные кривые должны занимать практически все поле чертежа.
11. График должен сопровождаться подрисуночной подписью и при необходимости расшифровкой условных обозначений.

2.4 Защита лабораторных работ

Правильно оформленная лабораторная работа − это отчет, который должен содержать вводную часть, результаты прямых измерений, перечень измерительных приборов и их характеристики, один пример расчета искомой величины с записью всех промежуточных вычислений и пояснениями, результаты расчетов, оценку погрешности измерений, результаты эксперимента, задания к лабораторной работе (построение графиков, определение параметров экспериментальных зависимостей, сопоставление экспериментальных данных с рассчитанными теоретически и т.д.), анализ результатов работы и выводы.

Зачет по лабораторной работе может быть получен только после ее защиты в ходе собеседования с преподавателем, на котором студент должен показать знание теоретического материала, устройства и принципа действия экспериментальной установки, методики измерений и обработки опытных данных, способность грамотно интерпретировать результаты измерений и расчетов, относящихся к лабораторной работе.

3 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.1
ИЗМЕРЕНИЕ ДИАМЕТРА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА

3.1 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

В лабораторной работе экспериментально измеряется диаметр цилиндрического образца с помощью микрометра и оценивается погрешность измерений. Работу следует выполнять в такой последовательности:

- ознакомиться с устройством микрометра;
- записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе;
- измерить диаметр цилиндрического образца на 8 различных участках и результаты записать в таблицу;
- оценить абсолютную и относительную погрешность измерения диаметра образца;
- проанализировать полученные результаты.

3.2 Пример выполнения расчетов и оценки погрешности измерений

***Приборы и принадлежности*:** цилиндрический образец; микрометр.

***Характеристики микрометра*:** предельное значение измеряемого линейного размера $l_{\max} = 25$ мм; предел допускаемой абсолютной основной погрешности $\Delta l = 0{,}01$ мм.

Результаты измерений и промежуточных расчетов приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты измерений и промежуточных расчетов

Номер опыта	d_i, мм	$(d_i - \langle d \rangle)$, мм	$(d_i - \langle d \rangle)^2 \cdot 10^2$, мм^2
1	8,10	− 0,12	1,44
2	8,08	− 0,14	1,96
3	8,30	0,08	0,64
4	8,31	0,09	0,81
5	8,36	0,14	1,96
6	8,09	− 0,13	1,69
7	8,32	0,10	1,00
8	8,20	− 0,02	0,04

Рассчитываем среднее арифметическое всех измеренных значений диаметра образца по формуле

$$\langle d \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n},$$

где d_i − результат i-го измерения; n – число измерений.

Подставив числовые значения, получаем

$$\langle d \rangle = \frac{8{,}10 + 8{,}08 + 8{,}30 + 8{,}31 + 8{,}36 + 8{,}09 + 8{,}32 + 8{,}20}{8} \approx 8{,}22 \text{ мм.}$$

Используя данные таблицы 3.1, находим:

$$\sum_{i=1}^{n} (d_i - \langle d \rangle) = 0 \text{ мм}; \quad \sum_{i=1}^{n} (d_i - \langle d \rangle)^2 = 9{,}54 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^2.$$

Находим среднее квадратичное отклонение среднего арифметического:

$$S_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \langle d \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

Выполняем вычисления:

$$S_{\langle d \rangle} = \sqrt{\frac{9{,}54 \cdot 10^{-2}}{8(8-1)}} \approx 0{,}041 \text{ мм.}$$

Определяем значение $3S_{\langle d \rangle}\sqrt{n}$:

$$3S_{\langle d \rangle}\sqrt{n} = 3 \cdot 0{,}041 \cdot \sqrt{8} \approx 0{,}35 \text{ мм.}$$

Анализ данных таблицы 3.1 показывает, что результаты измерений не содержат грубых погрешностей, так как для всех значений d_i выполняется условие $\left| d_i - \langle d \rangle \right| \le 3S_{\langle d \rangle}\sqrt{n}$.

Принимаем доверительную вероятность $\alpha = 0{,}90$. По таблице А.1 приложений при $n = 8$, $\alpha = 0{,}90$ находим коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n} = 1{,}9$.

Определяем доверительную случайную погрешность по формуле

$$\Delta d_{\text{сл}} = S_{\langle d \rangle} t_{\alpha,n}.$$

Подставив числовые значения, получаем

$$\Delta d_{\text{сл}} = 0{,}041 \cdot 1{,}9 \approx 0{,}08 \text{ мм.}$$

Результат измерений записываем в виде

$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d_{\text{сл}}.$$

Подставляем числовые значения:

$$d = (8{,}22 \pm 0{,}08) \text{ мм.}$$

Эта запись означает, что с доверительной вероятностью $\alpha = 90$ % истинное значение диаметра цилиндрического образца находится в доверительном интервале

$$\left[(8{,}22 - 0{,}08) \text{ мм}; (8{,}22 + 0{,}08) \text{ мм}\right].$$

Относительная погрешность измерений:

$$\delta_d = \frac{\Delta d_{\text{сл}}}{\langle d \rangle} \cdot 100.$$

Производим вычисления:

$$\delta_d = \frac{0{,}08}{8{,}22} \cdot 100 \approx 1{,}0 \text{ \%.}$$

Вывод. В лабораторной работе выполнено измерение диаметра цилиндрического образца. Анализ полученных результатов показывает, что систематическая погрешность измерений, определяемая в основном точностью микрометра ($\Delta l = 0{,}01$ мм), пренебрежимо мала по сравнению со случайной погрешностью ($\Delta d_{\text{сл}} = 0{,}08$ мм). Случайная относительная погрешность результата измерений с доверительной вероятностью $\alpha = 90$ % не превышает 1,0 %.

3.3 Контрольные вопросы

1. Какие измерения называют прямыми, какие – косвенными?
2. Что называют абсолютной и относительной погрешностями измерений?
3. Дайте определение грубых, случайных и систематических погрешностей.
4. Как рассчитывается доверительная случайная погрешность?
5. Функцией каких величин является коэффициент Стьюдента?
6. Что такое класс точности измерительного прибора?
7. Как оценить погрешность измерительного прибора, если не указан класс его точности?

4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.2
ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА

В лабораторной работе экспериментально измеряется период колебаний маятника с помощью секундомера и оценивается погрешность измерений. Схема установки приведена на рисунке 4.1.

В ходе домашней подготовки следует письменно ответить на контрольные вопросы, приведенные в описании к лабораторной работе № 1.1 Измерение диаметра цилиндрического образца.

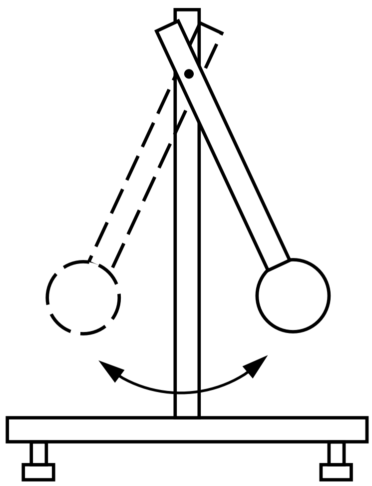


Рисунок 4.1 – Схема экспе-

Работу необходимо выполнять в такой последовательности:

- ознакомиться с устройством экспериментальной установки;
- записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе;
- по заданию преподавателя установить на стойке установки физический или математический маятник;
- привести маятник в движение, отклонив его от положения равновесия, и с помощью секундомера определить время t десяти $(N = 10)$ колебаний, а затем найти период колебаний

$$T = \frac{t}{N};$$

- повторить опыт (следует получить не менее восьми значений периода колебаний);

- рассчитать среднее арифметическое значение периода колебаний

$$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n},$$

где T_i – результат i-го измерения; n – число измерений;

- результаты измерений и промежуточных расчетов записать в таблицу 4.1;

- оценить абсолютную и относительную погрешность измерения периода колебаний маятника;

- проанализировать полученные результаты.

Таблица 4.1 – Результаты измерений и промежуточных расчетов

Номер опыта	t_i	T_i	$T_i - \langle T \rangle$	$(T_i - \langle T \rangle)^2$

Пример выполнения расчетов и оценки погрешности измерений приведен в описании к лабораторной работе № 1.1 Измерение диаметра цилиндрического образца.

5 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

5.1 Теоретические положения

Моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси называют произведение массы m этой точки на квадрат ее расстояния r до данной оси

$$I = mr^2.$$

Момент инерции есть величина аддитивная. Это означает, что момент инерции механической системы, состоящей из n материальных точек, относительно произвольной оси равен сумме моментов инерции всех ее точек относительно этой оси

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где m_i, r_i – масса i-й материальной точки и ее расстояние до рассматриваемой оси соответственно.

В случае непрерывного распределения массы по объему момент инерции тела можно определить путем интегрирования:

$$I = \int r^2 dm .$$

Здесь r – расстояние малого элемента тела массой dm от рассматриваемой оси. Интегрирование необходимо выполнять по всему объему тела.

Момент инерции является мерой инертности тел при вращательном движении, то есть определяет способность вращающихся тел сохранять неизменным состояние покоя или равномерного вращения при отсутствии внешних воздействий. Момент инерции зависит не только от массы тела, но и от ее распределения относительно рассматриваемой оси вращения.

5.2 Экспериментальная установка

Для экспериментального определения момента инерции используют ряд методов, основанных на законах вращательного движения. В данной лабораторной работе требуется определить момент инерции системы, называемой маятником Обербека. Этот маятник, изображенный на рисунке 5.1, представляет собой крестовину, состоящую из четырех стержней, жестко закрепленных во втулке под прямым углом друг к другу.

На стержни крестовин надевают одинаковые грузы массой m_0, которые могут быть закреплены на разных расстояниях от оси вращения. Грузы закрепляют симметрично, то есть так, чтобы центр масс системы находился на оси вращения. Втулка и шкивы большого радиуса $r_{б.ш}$ и малого радиуса $r_{м.ш}$ насажены на общую ось вращения маятника. На шкив наматывается нить, к свободному концу которой прикрепляется груз массой m. При падении этого груза нить разматывается и приводит маятник в равноускоренное вращательное движение.

Момент инерции маятника можно найти на основании уравнения динамики вращательного движения

$$I = \frac{M}{\varepsilon}, \tag{5.1}$$

где M – результирующий момент внешних сил, действующих на маятник; ε – угловое ускорение маятника.

Для определения момента сил M рассмотрим силы, действующие на груз массой m. На этот груз действуют сила тяжести mg и сила натяжения нити T. Записываем уравнение второго закона Ньютона для груза в проекциях на ось x:

$$mg - T = ma,$$

где a – ускорение груза.

Выражая силу T из этого уравнения, получаем

$$T = m(g - a).$$

Сила T равна по модулю и противоположна по направлению силе, действующей на шкив со стороны нити и создающей вращающий момент M. Тогда

$$M = rT = rm(g - a), \qquad (5.2)$$

где r – радиус шкива.

Угловое ускорение ε маятника определяется выражением

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{r} = \frac{a}{r}, \qquad (5.3)$$

где a_τ – тангенциальная составляющая ускорения точек на поверхности шкива, равная ускорению a, с которым движется груз (полагаем, что нить нерастяжима).

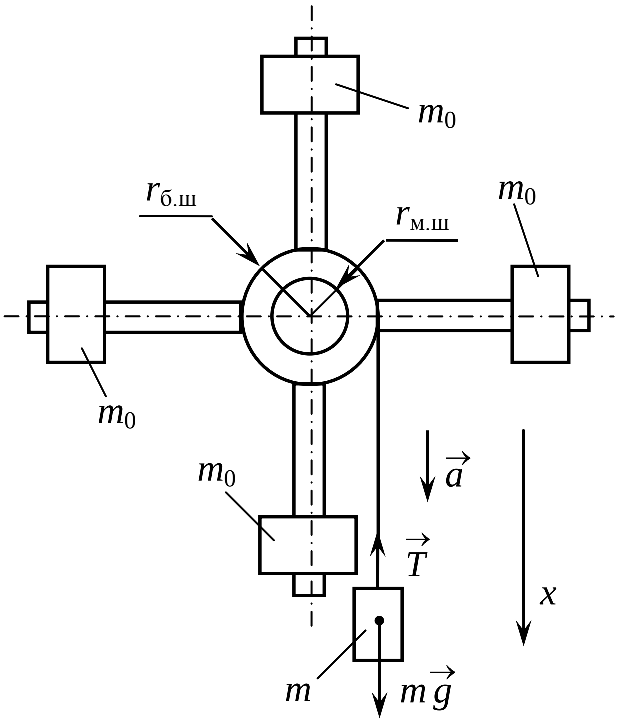


Рисунок 5.1 – Маятник Обербека

Подставляя M из формулы (5.2) и ε из формулы (5.3) в уравнение (5.1), получаем

$$I = \frac{mr^2(g - a)}{a} = mr^2\left(\frac{g}{a} - 1\right). \qquad (5.4)$$

Если ускорение a, с которым движется груз массой m, намного меньше ускорения свободного падения g, то $\frac{g}{a} \gg 1$, и выражение (5.4) можно записать в таком виде:

$$I = \frac{mr^2 g}{a}. \qquad (5.5)$$

Ускорение a, с которым движется груз, можно определить экспериментально, измерив время t его падения с высоты h. Как известно, при падении с нулевой начальной скоростью $h = at^2/2$. Выражая ускорение a из этого соотношения, получаем

$$a = \frac{2h}{t^2}. \tag{5.6}$$

5.3 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

5.3.1 Ознакомиться с устройством экспериментальной установки, записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе.

5.3.2 В качестве груза массой m в работе используется набор грузов с известными массами. Намотав нить на большой шкив, поднять груз массой m и установить его на подставку. С помощью линейки измерить высоту h груза над уровнем пола в помещении. Придерживая крестовину рукой, отодвинуть подставку и затем отпустить крестовину. Время падения груза определить по секундомеру. Проделать два аналогичных измерения, добавляя грузы.

5.3.3 Намотав нить на малый шкив, повторить опыты. Полученные данные записать в таблицу.

5.3.4 По формуле (5.6) рассчитать ускорение a для всех опытов. Убедившись, что неравенство $a \ll g$ выполняется, определить значения момента инерции I по выражению (5.5).

5.3.5 Рассчитать среднее арифметическое из всех полученных значений момента инерции маятника.

5.3.6 Оценить случайную абсолютную и относительную погрешность измерения момента инерции.

5.3.7 Проанализировать полученные результаты.

5.4 Пример выполнения расчетов и оценки погрешности измерений

***Приборы и принадлежности*:** маятник Обербека ; набор грузов; металлическая линейка, секундомер.

***Характеристики маятника Обербека*:**

- радиус большого шкива $r_{\text{б.ш}} = \dfrac{d_{\text{б.ш}}}{2} = \dfrac{0{,}0350}{2} = 17{,}5 \cdot 10^{-3}$ м,

где $d_{\text{б.ш}}$ – диаметр большого шкива;

- радиус малого шкива $r_{\text{м.ш}} = \dfrac{d_{\text{м.ш}}}{2} = \dfrac{0{,}0180}{2} = 9{,}00 \cdot 10^{-3}$ м,

где $d_{\text{м.ш}}$ – диаметр малого шкива.

Характеристики металлической линейки: предельное значение измеряемого линейного размера $l_{\max} = 1000$ мм; предел допускаемой абсолютной основной погрешности $\Delta l = 0{,}5$ мм.

Характеристики секундомера: предел допускаемой абсолютной основной погрешности $\Delta t = 0{,}01$ с.

Исходные данные: высота падения груза h = 0,895 м; ускорение свободного падения g = 9,81 м/с^2.

Результаты измерений и промежуточных расчетов приведены в таблицах 5.1 и 5.2.

Таблица 5.1 – Результаты измерений

Шкив	Номер опыта	m, кг	t, с	$a \cdot 10^3$, м/с^2	$I \cdot 10^2$, кг·м^2
Большой	1	0,2170	11,32	13,97	4,67
	2	0,2926	9,60	19,42	4,53
	3	0,3678	8,58	24,32	4,54
Малый	4	0,2170	22,31	3,596	4,80
	5	0,2926	18,56	5,196	4,47
	6	0,3678	17,19	6,058	4,82

Ускорение груза находим по формуле

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Подставляя результаты измерений в опыте № 4 с малым шкивом, получаем

$$a_4 = \frac{2 \cdot 0{,}895}{22{,}31^2} \approx 3{,}596 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2.$$

Аналогичным образом рассчитываем ускорение груза в других опытах. Как видно из таблицы 5.1, для всех опытов выполняется условие $\dfrac{g}{a} >> 1$, поэтому момент инерции рассчитываем по формуле

$$I = \frac{mr^2 g}{a}.$$

Для опыта № 4 с малым шкивом получаем

$$I_4 = \frac{0{,}2170 \cdot (9{,}00 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 9{,}81}{3{,}596 \cdot 10^{-3}} \approx 4{,}80 \cdot 10^{-2}\ \text{кг·м}^2.$$

Аналогично определяем значение момента инерции для других опытов. Для записи в таблицу 5.1 полученные значения ускорения a и момента инерции I представлены в виде $a_4 \cdot 10^3 = 3{,}596$ м/с^2; $I_4 \cdot 10^2 = 4{,}80$ кг·м^2 и т.д.

Рассчитываем среднее арифметическое всех измеренных значений момента инерции по формуле

$$\langle I \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} I_i}{n},$$

где I_i – результат i-го измерения; n – число измерений.

Подставив числовые значения, получаем

$$\langle I \rangle = \frac{(4{,}67 + 4{,}53 + 4{,}54 + 4{,}80 + 4{,}47 + 4{,}82) \cdot 10^{-2}}{6} \approx 4{,}64 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Таблица 5.2 – Результаты промежуточных расчетов

Номер опыта	$(I_i - \langle I \rangle) \cdot 10^3$, кг · м^2,	$(I_i - \langle I \rangle)^2 \cdot 10^6$, кг^2 · м^4
1	0,3	0,09
2	− 1,1	1,21
3	− 1,0	1,00
4	1,6	2,56
5	− 1,7	2,89
6	1,8	3,24

Используя данные таблицы 5.2, находим:

$$\sum_{i=1}^{n} (I_i - \langle I \rangle) = -0{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot \text{м}^2; \quad \sum_{i=1}^{n} (I_i - \langle I \rangle)^2 = 10{,}99 \cdot 10^{-6}, \text{кг}^2 \cdot \text{м}^4.$$

Находим среднее квадратичное отклонение среднего арифметического по формуле

$$S_{\langle I \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (I_i - \langle I \rangle)^2}{n(n-1)}}.$$

Выполняем вычисления:

$$S_{\langle I \rangle} = \sqrt{\frac{10{,}99 \cdot 10^{-6}}{6(6-1)}} \approx 0{,}61 \cdot 10^{-3}, \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Определяем значение $3S_{\langle I\rangle}\sqrt{n}$:

$3S_{\langle I\rangle}\sqrt{n} = 3\cdot 0{,}61\cdot 10^{-3}\sqrt{6} \approx 4\cdot 10^{-3}$, кг · м^2.

Анализ данных таблицы 5.2 показывает, что результаты измерений не содержат грубых погрешностей, так как для всех значений I_i выполняется условие $\left| I_i - \langle I\rangle \right| \le 3S_{\langle I\rangle}\sqrt{n}$.

Принимаем доверительную вероятность $\alpha = 0{,}90$. По таблице А.1 приложений при $n = 6, \alpha = 0{,}90$ находим коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n} = 2{,}0$.

Рассчитываем доверительную случайную погрешность по формуле

$\Delta I_{\text{сл}} = S_{\langle I\rangle} t_{\alpha,n}$.

Подставив числовые значения, получаем

$\Delta I_{\text{сл}} = 0{,}61\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}0 \approx 0{,}12\cdot 10^{-2}$ кг · м^2.

Результат измерений записываем в виде

$I = \langle I\rangle \pm \Delta I_{\text{сл}}$.

Подставляем числовые значения:

$I = (4{,}64 \pm 0{,}12)\cdot 10^{-2}$ кг · м^2.

Эта запись означает, что с доверительной вероятностью $\alpha = 90$ % истинное значение момента инерции I маятника Обербека находится в доверительном интервале (при условии, что систематическая погрешность измерений пренебрежимо мала по сравнению со случайной)

$$\left[(4{,}64 - 0{,}12)\cdot 10^{-2}\ \text{кг}\cdot\text{м}^2;\ (4{,}64 + 0{,}12)\cdot 10^{-2}\ \text{кг}\cdot\text{м}^2\right].$$

Относительная погрешность измерений:

$$\delta_I = \frac{\Delta I_{\text{сл}}}{\langle I\rangle}\cdot 100.$$

Производим вычисления:

$$\delta_I = \frac{0{,}12\cdot 10^{-2}}{4{,}64\cdot 10^{-2}}\cdot 100 \approx 2{,}6\ \%.$$

Вывод. В лабораторной работе экспериментально определен момент инерции маятника Обербека. Случайная относительная погрешность результата измерений с доверительной вероятностью $\alpha = 90$ % не превышает 2,6 %.

5.5 Контрольные вопросы

1. Дайте определение угловой скорости, углового ускорения, вращающего момента. Укажите единицы измерения этих величин, связь между угловыми и линейными скоростями и ускорениями.

2. Дайте определение момента инерции материальной точки и механической системы относительно произвольной оси. В чем заключается свойство аддитивности момента инерции?

3. Как изменится время падения груза массой m, если грузы маятника массой m_0, передвинуть ближе к оси вращения?

4. Выведите расчетную формулу исходя из закона сохранения энергии.

6 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

6.1 Экспериментальная установка

В лабораторной работе экспериментально определяется момент инерции маятника Максвелла на основе одного из методов, основанных на законах динамики вращательного движения. Маятник Максвелла, изображенный на рисунке 6.1, представляет собой диск, жестко посаженный на ось. Найти момент инерции такого маятника можно, решив задачу о его скатывании по двум направляющим, установленным под углом φ к горизонту.

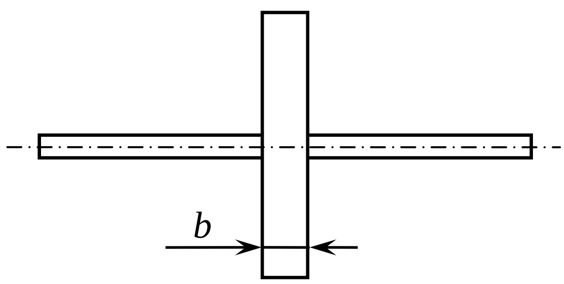


Рисунок 6.1 – Маятник Максвелла

Схема проведения эксперимента изображена на рисунке 6.2. Рассмотрим динамику качения маятника, считая, что скольжение полностью отсутствует. На маятник действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакция опоры $\vec{F}_n$, направленная по нормали к поверхности контакта, и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Трение между осью маятника и поверхностью скатывания возникает в точках их соприкосновения. При отсутствии скольжения эти точки оси в каждый момент времени неподвижны (образуют мгновенную ось вращения), поэтому сила трения, о которой идет речь, является силой трения покоя.

Уравнение второго закона Ньютона для маятника, записанное через проекции сил на направление движения, имеет вид

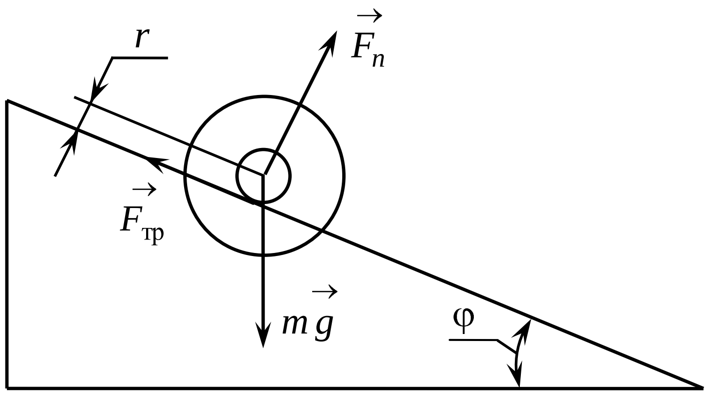


Рисунок 6.2 – Схема проведения эксперимента

$$mg\sin\varphi - F_{тр} = ma, \tag{6.1}$$

где m – масса маятника; a – ускорение маятника.

В соответствии с основным уравнением динамики вращательного движения

$$\varepsilon = \frac{M}{I}, \tag{6.2}$$

где ε – угловое ускорение маятника; M – суммарный момент внешних сил; I – момент инерция маятника.

В уравнении (6.2), записанном относительно оси вращения, совпадающей с осью симметрии маятника, суммарный момент внешних сил равен

$$M = r \cdot F_{тр}, \tag{6.3}$$

где r – радиус оси маятника.

При отсутствии скольжения линейное ускорение a маятника связано с его угловым ускорением ε зависимостью

$$a = \varepsilon r. \tag{6.4}$$

Из формул (6.2), (6.3), (6.4) получаем

$$F_{тр} = \frac{aI}{r^2}.$$

Подставляя значение $F_{тр}$ в уравнение (6.1), получаем

$$mg\sin\varphi - \frac{aI}{r^2} = ma.$$

Откуда

$$I = mr^2\left(\frac{g}{a}\sin\varphi - 1\right). \tag{6.5}$$

Таким образом, момент инерции маятника Максвелла может быть найден из опыта, если известна его масса m, радиус оси r, ускорение свободного падения g и ускорение a скатывающегося маятника при заданном значении угла φ.

В лабораторной работе опыты проводят с двумя маятниками, имеющими одинаковые радиусы осей. Один из маятников имеет круговые вырезы на диске.

В процессе домашней подготовки к выполнению работы следует проработать теоретический материал, изложенный в описании к лабораторной работе № 1.3 Определение момента инерции маятника Обербека, а также разобрать приведенный там же пример записи результатов измерений, выполнения расчетов и оценки погрешности измерений.

6.2 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

6.2.1 Ознакомиться с устройством экспериментальной установки, записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе (у маятников следует указать массу m, радиус оси r, радиус диска R, толщину диска b, радиус вырезов r_0, плотность материала ρ).

6.2.2 С помощью миллиметровой линейки измерить высоту h, с которой скатывается маятник, и расстояние l, которое он проходит за время скатывания. Используя полученные данные, рассчитать значение

$$\sin\varphi = \frac{h}{l}.$$

6.2.3 Измерить секундомером время t скатывания маятника.

6.2.4 Маятник движется равноускоренно, поэтому его линейное ускорение при движении с нулевой начальной скоростью можно определить по формуле

$$a = \frac{2l}{t^2}.$$

Подставляя значение a в уравнение (6.5), получаем

$$I = m r^2 \left(\frac{gt^2}{2l} \sin\varphi - 1 \right).$$

Второе слагаемое в круглых скобках пренебрежимо мало по сравнению с первым, поэтому

$$I \approx m r^2 \frac{gt^2}{2l} \sin\varphi. \qquad (6.6)$$

6.2.5 С каждым маятником проделать пять опытов, после чего выполнить расчеты момента инерции по формуле (6.6). Результаты измерений записать в таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Результаты измерений

Номер опыта	Сплошной маятник		Маятник с вырезами	
	t	I	t	I

6.2.6 Рассчитать среднее арифметическое значение измеренных значений момента инерции для каждого из маятников.

6.2.7 Оценить случайную абсолютную и относительную погрешность измерения момента инерции.

6.2.8 Проанализировать полученные результаты.

6.3 Теоретический расчет

Полученные опытные данные можно проверить путем теоретического расчета. Пренебрегая моментом инерции оси маятника, для момента инерции маятника без вырезов имеем:

$$I_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2,$$

где $m_1 = \rho\pi R^2 b$ – масса диска.

Диск второго маятника, изображенного на рисунке 6.3, имеет 4 круговых выреза, симметрично расположенных относительно его оси. Центры вырезов находятся на расстоянии $R_0 = 0{,}5R$ от центра диска. Учитывая свойство аддитивности, выражаем момент инерции этого диска:

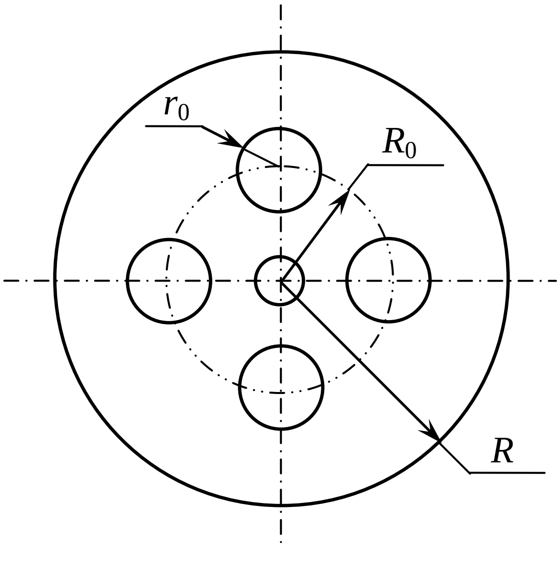


Рисунок 6.3 – Маятник с вырезами

$$I_2 = I_1 - 4I_0',$$

где I_0' – момент инерции одного из круговых вырезов относительно оси вращения, проходящей через центр маятника.

Значение I_0' находим по теореме Штейнера

$$I_0' = I_0 + m_0 R_0^2 .$$

Здесь $I_0 = \frac{1}{2} m_0 r_0^2$ – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс вырезанной части, где m_0 – масса вырезанной части.

Массу вырезанной части определяем по формуле

$$m_0 = m_1 \frac{r_0^2}{R^2} .$$

6.4 Контрольные вопросы

1. Дайте определение угловой скорости, углового ускорения, вращающего момента. Укажите единицы измерения этих величин, связь между угловыми и линейными скоростями и ускорениями.
2. Дайте определение момента инерции материальной точки и механической системы относительно произвольной оси. В чем заключается свойство аддитивности момента инерции?
3. Сформулируйте теорему Штейнера.

7 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ И СИСТЕМЫ ПРУЖИН

7.1 Теоретические положения

Под действием внешних сил твердые тела могут деформироваться, то есть изменять свои размеры и форму. Если после прекращения действия внешних сил, вызвавших деформацию, тело принимает первоначальные размеры и форму, то деформацию называют упругой.

На пружину, изображенную на рисунке 7.1, действует направленная вертикально вниз сила F. Под действием этой силы пружина деформируется, и ее длина возрастает. Упругая сила $F_у$, возникающая в пружине вследствие ее деформации, уравновешивает внешнюю силу F. Силы F и $F_у$ равны по модулю и направлены в противоположные стороны.

В соответствии с законом Гука при упругой деформации пружины

$$F = k\Delta l ,$$

где k, Δl – жесткость пружины и изменение ее длины соответственно.

Жесткость пружины характеризует ее упругие свойства.

Рассмотрим две пружины, соединенные последовательно, как это изображено на рисунке 7.2. Если к нижней пружине приложить направленную вертикально вниз внешнюю силу F, то в соответствии с третьим законом Ньютона равная ей по модулю направленная вертикально вниз сила будет действовать и на вторую пружину со стороны первой.

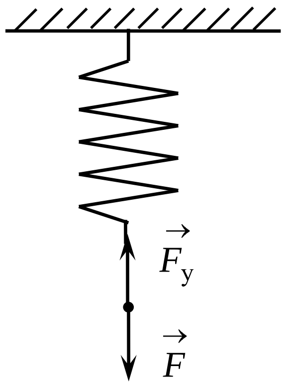


Рисунок 7.1 – Деформация пружины

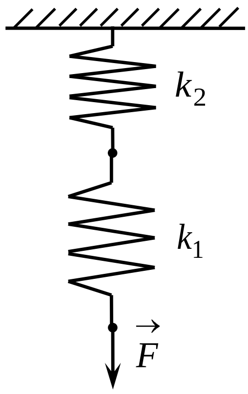


Рисунок 7.2 – Последовательное соединение пружин

Под действием силы F пружины деформируются. Пусть изменение длины первой пружины равно Δl_1, а второй пружины – Δl_2. Тогда в соответствии с законом Гука

$$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1}; \tag{7.1}$$

$$\Delta l_2 = \frac{F}{k_2}, \tag{7.2}$$

где k_1, k_2 – жесткость первой и второй пружин соответственно.

Жесткость системы двух последовательно соединенных пружин

$$k' = \frac{F}{\Delta l_1 + \Delta l_2}. \tag{7.3}$$

Подставляя в это выражение значения Δl_1 и Δl_2 из формул (7.1) и (7.2), получаем

$$k' = \frac{F}{\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}. \tag{7.4}$$

В общем случае при последовательном соединении n пружин

$$k_{\text{посл}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}},$$

где k_i – жесткость i-й пружины.

На рисунке 7.3 изображены две параллельно соединенные пружины, нижние концы которых закреплены на горизонтальной перемычке. Если на перемычку подействовать направленной вертикально вниз силой F, то произойдет деформация пружин. Со стороны перемычки на первую пружину будет действовать сила F_1, а на вторую пружину – сила F_2. В соответствии с законом Гука

$$F_1 = k_1 \Delta l; \tag{7.5}$$

$$F_2 = k_2 \Delta l, \tag{7.6}$$

где k_1, k_2 – жесткость первой и второй пружин соответственно; Δl – изменение длины каждой из пружин.

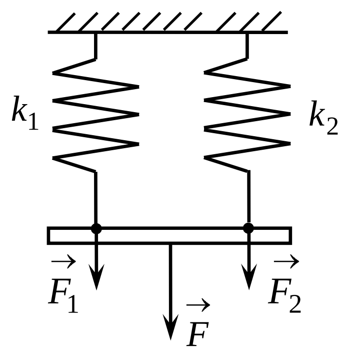


Рисунок 7.3 – Параллельное соединение пружин

Жесткость системы двух параллельно соединенных пружин

$$k'' = \frac{F}{\Delta l}.$$

Так как $F = F_1 + F_2$, то, подставляя значения F_1 и F_2 из формул (7.5) и (7.6), получаем

$$k'' = \frac{k_1 \Delta l + k_2 \Delta l}{\Delta l} = k_1 + k_2. \tag{7.7}$$

В общем случае при параллельном соединении n пружин

$$k_{\text{пар}} = \sum_{i=1}^{n} k_i,$$

где k_i – жесткость i-й пружины.

7.2 Экспериментальная установка

В лабораторной работе экспериментально определяется жесткость пружины и системы пружин. Схема экспериментальной установки изображена на рисунке 7.4.

Один конец пружины закреплен на основании стойки, а второй ее конец соединен с нитью. Нить перекинута через шкив, установленный в верхней части стойки, а свободный конец нити соединен с подвесом массой m_0. На пружину со стороны нити действует сила

$$F_0 = m_0 g \ .$$

Расстояние от основания стойки до нижнего торца подвеса равно l_0. Установка на подвес дополнительного груза массой m приводит к изменению длины пружины на величину

$$\Delta l = l_0 - l \ , \qquad (7.8)$$

где l – расстояние от основания стойки до нижнего торца подвеса после установки на него груза массой m.

Увеличение массы подвешенного груза приводит к появлению дополнительной силы, действующей на пружину:

$$F = mg \ .$$

С другой стороны в соответствии с законом Гука

$$F = k\Delta l \ .$$

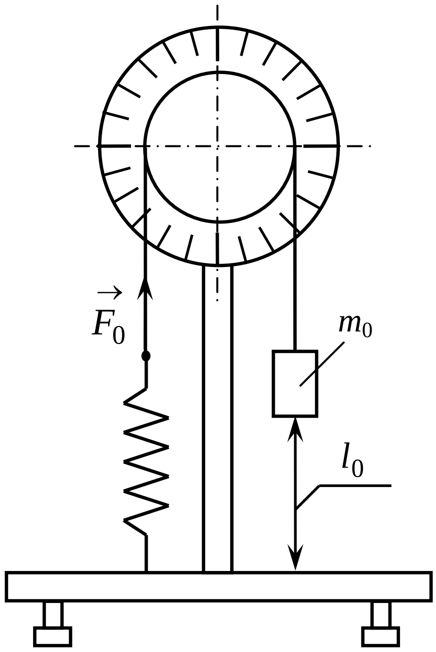


Рисунок 7.4 – Схема экспериментальной установки

Приравниваем правые части двух последних формул и выражаем жесткость пружины

$$k = \frac{mg}{\Delta l} \ . \qquad (7.9)$$

7.3 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

7.3.1 Ознакомиться с устройством экспериментальной установки, записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе.

7.3.2 Выполнить опыты поочередно с двумя пружинами, имеющими различную жесткость. Для этого один конец пружины закрепить на основании стойки, а другой ее конец соединить с нитью. Нить перекинуть через шкив, установленный в верхней части стойки, и свободный конец нити соединить с подвесом массой m_0. С помощью линейки измерить расстояние l_0 от основания стойки до нижнего торца подвеса. Установить на подвес дополнительный груз массой m и измерить изменившееся расстояние l от основания стойки до нижнего торца подвеса. Рассчитать изменение длины пружины по формуле (7.8), а затем жесткость пружины по формуле (7.9). Повторить измерения не менее четырех раз, устанавливая на подвес дополнительные грузы. Полученные данные записать в таблицу 7.1, а затем выполнить аналогичные опыты со второй пружиной.

Изменение длины пружины можно также рассчитывать по формуле

$$\Delta l = R\Delta\varphi, \tag{7.10}$$

где R – радиус шкива (R = 25,0 мм); $\Delta\varphi$ – угол поворота шкива при установке на подвес дополнительного груза.

Угол поворота шкива можно определить по выражению

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0,$$

где φ_0, φ – угловая координата шкива до и после установки на подвес дополнительного груза соответственно.

Угловые координаты шкива определяют по шкале с ценой деления 5°. Если изменение длины пружины рассчитывается по формуле (7.10), то в таблицу вместо l_0 и l записывают значения φ_0 и φ.

Таблица 7.1 – Результаты измерений

Изучаемая система	Номер опыта	m	l_0	l	Δl	k
Первая пружина						

7.3.3 Выполнить опыты с параллельно и последовательно соединенными пружинами.

7.3.4 Рассчитать среднее арифметическое полученных значений жесткости для первой пружины, второй пружины, параллельно и последовательно соединенных пружин.

7.3.5 Используя полученные опытным путем значения жесткости пружин, рассчитать по формулам (7.4) и (7.7) жесткость системы пружин при их последовательном и параллельном соединениях и полученные результаты сравнить с опытными данными.

7.3.6 Оценить случайную абсолютную и относительную погрешность измерения жесткости одной из пружин.

7.3.7 Проанализировать полученные результаты.

7.4 Контрольные вопросы

1. Что называют деформацией твердого тела? Какую деформацию называют упругой?

2. Во сколько раз жесткость трех одинаковых пружин при параллельном соединении больше, по сравнению с их последовательным соединением?

3. Зависит ли точность определения жесткости пружины от того, как измеряют величину ее деформации: посредством линейки или путем измерения угла поворота шкива?

8 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

8.1 Теоретические положения

Твердые тела под действием внешних сил деформируются, то есть изменяют свои размеры и форму. Деформация, исчезающая при прекращении действия внешних сил, называется упругой.

К концам стержня, изображенного на рисунке 8.1, приложены направленные вдоль его оси в противоположные стороны силы $F_1 = F_2 = F$, действие которых равномерно распределено по всему сечению стержня. В результате упругой деформации длина стержня изменится на величину Δl. Относительное изменение длины стержня будет равно

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0},$$

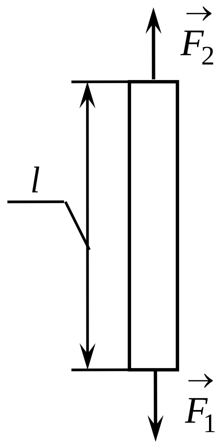


Рисунок 8.1 – Растяжение стержня

где l_0 – длина недеформированного стержня.

Опытные данные показывают, что

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{SE} = \frac{\sigma}{E}, \tag{8.1}$$

где S – площадь поперечного сечения стержня; E – модуль Юнга; $\sigma = \dfrac{F}{S}$ – нормальное напряжение.

Модуль Юнга E является важной физической величиной, характеризующей упругие свойства материала, и не зависит от геометрических размеров и формы тела. В СИ модуль Юнга выражается в паскалях (1 Па = 1 Н/м^2).

Выражая из формулы (8.1) силу F, получаем:

$$F = \frac{SE}{l_0}\Delta l = k\Delta l,$$

где $k = \dfrac{SE}{l_0}$ – коэффициент упругости стержня.

Это выражение называют законом Гука для деформаций растяжения и сжатия стержней.

Балка, изображенная на рисунке 8.2, одним концом жестко закреплена в вертикальной опоре. К другому концу балки приложена направленная вертикально вниз сила F. В результате действия этой силы произойдет изгиб балки, при этом ее свободный конец, к которому приложена сила F, сместится вниз на расстояние ΔL.

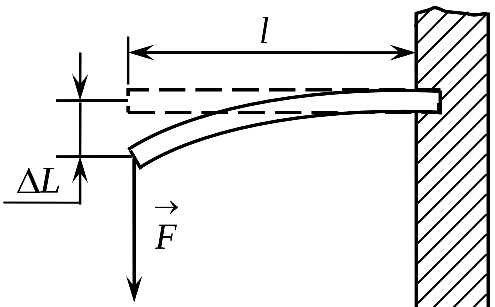


Рисунок 8.2 – Изгиб балки

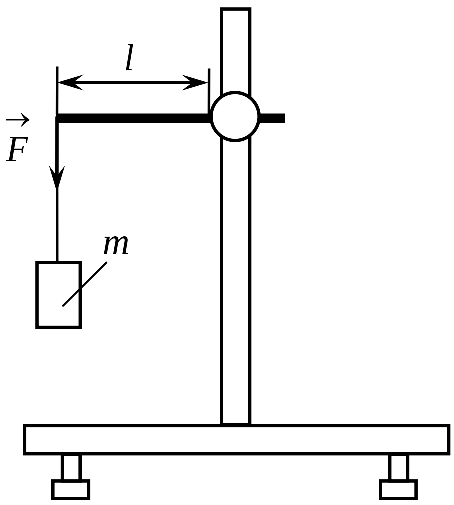


Рисунок 8.3 – Схема экспериментальной установки

Теоретический анализ [1] показывает, что значение ΔL для балки длиной l, имеющей круговое поперечное сечение диаметром d, можно найти по формуле

$$\Delta L = \frac{64Fl^3}{3E\pi d^4}.$$

Тогда для модуля Юнга получаем

$$E = \frac{64Fl^3}{3\pi d^4 \Delta L}. \qquad (8.2)$$

Таким образом, можно экспериментально определить модуль Юнга материала, из которого выполнена балка, если измерить смещение ΔL конца балки под действием силы F.

8.2 Экспериментальная установка

В лабораторной работе экспериментально определяется модуль Юнга материала балок, имеющих круговое поперечное сечение. Схема экспериментальной установки изображена на рисунке 8.3.

С помощью зажима балка закрепляется в горизонтальном положении на стойке установки. К концу балки с помощью нити подвешивается груз массой m. На балку со стороны нити будет действовать сила

$$F = mg, \qquad (8.3)$$

где g – ускорение свободного падения.

Действие силы F приведет к изгибу, в результате которого конец балки сместится на расстояние ΔL. Подставляя значение силы F из выражения (8.3) в зависимость (8.2), получаем расчетную формулу:

$$E = \frac{64mgl^3}{3\pi d^4 \Delta L}. \qquad (8.4)$$

8.3 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

8.3.1 Ознакомиться с устройством экспериментальной установки, записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе.

8.3.2 Выполнить опыты поочередно с двумя балками, выполненными из различных материалов. Для этого закрепить одну из балок в горизонтальном положении на стойке установки. С помощью линейки измерить длину l балки и расстояние L_0 от конца балки до основания стойки. На конце балки закрепить нить с подвесом массой m, после чего вновь измерить расстояние (L) от конца балки до основания стойки. Определить смещение конца балки

$$\Delta L = L_0 - L$$

и рассчитать модуль Юнга материала балки по формуле (8.4).

Повторить измерения не менее четырех раз, устанавливая на подвес дополнительные грузы. Полученные данные записать в таблицу 8.1, а затем выполнить аналогичные опыты со второй балкой.

Можно выполнять опыты, не меняя массу груза, подвешенного к концу балки, но изменяя ее длину l.

Таблица 8.1 – Результаты измерений

Материал балки	Номер опыта	l	m	L_0	L	ΔL	E

8.3.3 Рассчитать среднее арифметическое полученных значений модуля Юнга для каждой из балок.

8.3.4 Оценить случайную абсолютную и относительную погрешность измерения модуля Юнга одной из балок.

8.3.5 Сравнить полученные опытные данные со справочными данными, приведенными в таблице Б.1 приложений.

8.3.6 Проанализировать полученные результаты.

8.4 Контрольные вопросы

1. Какую физическую величину называют модулем Юнга?
2. Функцией каких величин является коэффициент упругости стержня при растяжении и сжатии?

9 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

9.1 Теоретические положения

Вязкостью или внутренним трением называют свойство реальных жидкостей и газов оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости (газа) относительно другой. При перемещении одних слоев жидкости (газа) относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Величина силы внутреннего трения в жидкостях и в газах определяется законом Ньютона:

$$F = \eta \left| \frac{dU}{dz} \right| S ,$$

где η – динамический коэффициент вязкости, Па·с; $\frac{dU}{dz}$ – градиент скорости, характеризующий изменение скорости течения U в направлении оси z, перпендикулярной к поверхности слоя, 1/с; S – площадь поверхности слоя, $м^2$.

Жидкость (газ), в которой отсутствует внутреннее трение, называется идеальной. Чем больше коэффициент вязкости, тем сильнее реальная жидкость (газ) отличается от идеальной. Коэффициент вязкости зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен. У жидкостей коэффициент вязкости с повышением температуры уменьшается, а у газов, наоборот, увеличивается. Это указывает на различие механизмов внутреннего трения в жидкостях и газах.

Природа внутреннего трения в газах объясняется переносом импульса молекулами из слоя в слой вследствие их теплового хаотического движения. В жидкостях механизм внутреннего трения совершенно иной. Молекулы жидкости не обладают полной свободой перемещения и проводят большую часть времени в колебательном движении около положения равновесия. Движущиеся слои увлекают соседние слои в основном за счет сил взаимодействия (сцепления) между молекулами жидкости.

Коэффициент вязкости может быть найден опытным путем. В эксперименте, схема которого изображена на рисунке 9.1, маленький шарик массой m погружают в вязкую жидкость, отпускают и наблюдают за его падением в жидкости под действием трех сил: силы тяжести mg (g – ускорение свободного падения); силы Архимеда $F_А$ и силы сопротивления $F_с$. Опытные данные показывают, что по истечении некоторого времени с момента начала падения, движение шарика становится равномерным. В этом случае уравнение второго закона Ньютона для движущегося шарика принимает вид

$$m\vec{g} + \vec{F}_А + \vec{F}_с = 0 .$$

Запишем это уравнение в проекциях на направление движения:

$$mg - F_А - F_с = 0. \qquad (9.1)$$

Масса шарика равна

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho, \qquad (9.2)$$

где r – радиус шарика; ρ – плотность материала, из которого выполнен шарик.

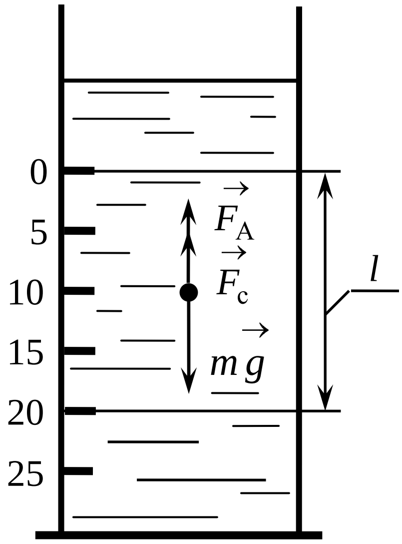


Рисунок 9.1 – Схема проведения эксперимента

В соответствии с законом Архимеда

$$F_А = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_ж g, \qquad (9.3)$$

где $\rho_ж$ – плотность жидкости.

При малых скоростях v движения тела в вязкой жидкости силу сопротивления можно определить по закону Стокса. Для тела, имеющего форму шара:

$$F_с = 6\pi\eta r v. \qquad (9.4)$$

Подставляя значения m, $F_А$ и $F_с$ из выражений (9.2), (9.3) и (9.4) в уравнение (9.1), получаем:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_ж g - 6\pi\eta r v = 0.$$

Выражаем из этого уравнения коэффициент вязкости:

$$\eta = \frac{2r^2(\rho - \rho_ж)g}{9v}. \qquad (9.5)$$

Полученная формула позволяет экспериментально определить коэффициент вязкости, если известны радиус шарика r, плотность материала ρ, из которого выполнен шарик, плотность жидкости $\rho_ж$ и скорость v равномерного падения шарика в вязкой жидкости.

9.2 Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

9.2.1 Записать перечень приборов и принадлежностей и их характеристики в отчет о лабораторной работе.

9.2.2 В качестве вязкой жидкости в опытах используется смесь глицерина с водой, помещенная в цилиндрический сосуд. С помощью микроскопа следует измерить диаметр шарика, а затем погрузить шарик в жидкость и отпустить его. После того, как шарик опустится на 5-10 см и его движение станет равномерным, включить секундомер и измерить время падения шарика между выбранными метками шкалы. Зная время падения t и расстояние l, пройденное шариком за это время, рассчитать скорость движения:

$$\upsilon = \frac{l}{t}.$$

9.2.3 Рассчитать динамический коэффициент вязкости жидкости по формуле (9.5).

9.2.4 Повторить опыты с разными шариками не менее четырех раз. Результаты измерений записать в таблицу 9.1.

Таблица 9.1 – Результаты измерений

Номер опыта	r	l	t	υ	η

9.2.5 Рассчитать среднее арифметическое из всех измеренных значений коэффициента вязкости.

9.2.6 Оценить случайную абсолютную и относительную погрешность измерения коэффициента вязкости.

9.2.7 Сравнить полученные опытные данные со справочными данными.

9.2.8 Проанализировать полученные результаты.

9.3 Контрольные вопросы

1. Каков характер температурной зависимости коэффициента вязкости для жидкостей и газов?
2. В чем различие механизмов внутреннего трения в жидкостях и газах с точки зрения молекулярно-кинетической теории.
3. Можно ли за начало отсчета при проведении опытов выбирать верхнюю границу жидкости?

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Коэффициенты Стьюдента

Число измерений	Доверительная вероятность α				
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
3	2,9	4,3	7,0	9,9	32
4	2,4	3,2	4,5	5,8	13
5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,7
6	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
∞	1,6	2,0	2,3	2,6	3,3

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1 – Модуль Юнга некоторых твердых тел

Вещество	Алюминий	Латунь	Медь	Сталь
$E \cdot 10^{-9}$, Па	65-75	80-100	100-130	200-220

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сивухин Д.В. Механика [Текст]: учеб. пособие для вузов / Д.В.Сивухин. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 576 с.
2. Курс физики [Текст]: учебник для вузов / под ред. В.Н.Лозовского. – 4-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2006. Т.1–2.
3. Савельев И.В. Курс общей физики [Текст]: учеб. пособие/ И.В.Савельев. – 7-е изд., стер.– СПб.: Лань, 2007. Т.1–3.
4. Трофимова Т.И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т.И.Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.
5. СТО АГТУ 01.04 – 2005. Работы студентов. Общие требования и правила оформления [Текст]. – Введ. 11.01.2006. – Архангельск: Изд-во Архан. гос. техн. ун-та, 2006. – 104 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Андрей Иванович Аникин

МЕХАНИКА

Методические указания
к выполнению лабораторных
работ по физике