



UNIVERSITÀ  
POLITECNICA  
DELLE MARCHE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA E DELL' AUTOMAZIONE

---

# **Studio e implementazione di oscillatori per il controllo di robot indossabili**

**Study and implementation of oscillators for the control of wearable robots**

*Candidato:*

Filippo Caterbetti

*Relatore:*

Prof. Simone Fiori

ANNO ACCADEMICO 2021-2022



# Abstract

Questo lavoro è incentrato sullo studio di un oscillatore di fase utilizzato per l'assistenza alla deambulazione. A seguito dell'implementazione sulla piattaforma di programmazione MATLAB attraverso i metodi di Analisi numerica, se ne verifica la correttezza tenendo conto dei risultati sperimentali ottenuti in precedenza.



---

# INDICE

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Materiali e metodologie applicate nello studio dell'oscillatore</b>	<b>9</b>
2.1	Studi precedenti . . . . .	9
2.2	Metodi applicati per la simulazione . . . . .	12
2.3	Formule adoperate nello studio . . . . .	14
2.3.1	Determinazione dei parametri fondamentali . . . . .	14
2.3.2	Stabilità del caso sinusoidale utilizzando le coordinate polari . . . . .	16
2.3.3	Lyapunov redesign . . . . .	17
2.3.4	Implementazione del controller . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Validazione sperimentale</b>	<b>21</b>
3.1	Convalida dei parametri di sistema . . . . .	22
3.2	Prova di variazione di frequenza . . . . .	22
3.3	Test di variazione dell'ampiezza . . . . .	24
3.4	Riduzione della variabilità della traiettoria attorno al ciclo limite con la ri-progettazione di Lyapunov . . . . .	25
3.5	Uso nei robot indossabili per assistere il movimento periodico . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>28</b>
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>30</b>



---

## INTRODUZIONE

Negli ultimi anni, l'impiego di robot indossabili nel campo militare, come raffigurato dalla Fig. 1, riabilitativo e manifatturiero ha riscosso sempre più successo. Tali robot indossabili, infatti, interagendo direttamente con gli esseri umani per trasmissioni di energia e informazioni, sono in grado di lavorare in sincronia con la biomeccanica umana per favorire la mobilità autonoma, essenziale nella vita di tutti i giorni. A questo proposito, la robotica indossabile, progettata per assistere le persone con disabilità dell'andatura, non poteva non attirare l'attenzione di coloro che ne hanno bisogno. Poichè i problemi motori sono legati soprattutto agli arti inferiori, i dispositivi robotici cui ci stiamo riferendo sono esoscheletri/ortesi degli arti inferiori. Questa prevalenza di disturbi della mobilità degli arti inferiori è osservata in particolar modo negli anziani. Infatti, si stima che fino al 35% delle persone oltre i 70 anni incontri problemi a camminare. Questa percentuale aumenta a quasi il 60% a 80-84 anni. Queste menomazioni dell'andatura, diffuse quindi soprattutto tra le persone anziane, possono essere la causa principale di barriere sia fisiche che cognitive: dalla camminata più lenta, a situazioni di rischio per la salute (come l'ostacolo), fino a partecipazione sociale limitata o, nei casi peggiori, depressione.



Figura 1: Esoscheletro robotico HULC per le forze armate

Questi dispositivi possono pertanto amplificare le capacità umane, assistere le persone con disabilità e essere adoperati come operatori per la teleoperazione. Per le applicazioni di riabilitazione o assistenza al movimento, ci si aspetta che i robot indossabili riducano i costi metabolici e agevolino i pazienti nel compiere movimenti rapidi o prolungati di segmenti ossei e articolazioni. Le funzioni assistive di un esoscheletro degli arti inferiori si basano sulla capacità di "decodificare" il movimento previsto dell'utente e rilevare la fase in tempo reale di questo movimento previsto. Il successo di queste interpretazioni è fondamentale affinché l'apparecchio di assistenza agisca coerentemente con la biomeccanica dell'andatura naturale, ripristinando così la locomozione più funzionale ed efficiente dal punto di vista energetico. In passato gli esoscheletri con ottimizzazione della traiettoria offline sono stati ampiamente utilizzati e si sono comportati meglio in un ambiente controllato. Tuttavia, per ambienti non controllati, monitorare la traiettoria offline è essenziale per far funzionare questi robot in modo impeccabile. La posizione controllata, la velocità e l'accelerazione delle articolazioni del robot, nel tempo, gioveranno alle traiettorie/i movimenti delle articolazioni umane contribuendo al comfort, alla sicurezza e alle prestazioni del soggetto umano. Vari robot indossabili sotto forma di ortesi, protesi ed esoscheletri sono impiegati per il recupero da lesioni del midollo spinale, assistenza alla deambulazione, riabilitazione, potenziamento della forza, produzione, costruzione e ricreazione. Ad esempio, il sistema Stride Assist Honda, raffigurato nell'immagine 2a, utilizzato nella riabilitazione dell'ictus, l'esoscheletro dell'anca Cyberdyne per l'assistenza alla deambulazione e gli esoscheletri indossabili. Esempi di esoscheletri quali HAL e Hercules sono rappresentati rispettivamente dalle figure 2b e 2c; altri dispositivi con lo scopo di essere utilizzati nell'assistenza di compiti fisicamente impegnativi sono BLEEX, HULC, SARCOS X02, Power Assist Suit e Power Loader. In questo studio ci si incentrerà su un controller dell'oscillatore basato sulla fase per produrre un ciclo limite ben definito e controllare continuamente i movimenti. [1]



(a) Sistema Stride Assist Honda



(b) Esoscheletro indossabile HAL



(c) Esoscheletro indossabile Hercules

Figura 2: Tre esempi di esoscheletri indossabili

# 2

---

## MATERIALI E METODOLOGIE APPLICATE NELLO STUDIO DELL'OSCILLATORE

### 2.1 STUDI PRECEDENTI

Negli studi di dinamica biologica, la locomozione oscillatoria è idealmente rappresentata come un ciclo limite [2], in quanto i moti umani e animali sono governati da equazioni continue del moto con soluzioni periodiche. La componente di rigidità delle articolazioni umane può essere virtualmente modificata per controllare il comportamento del robot, utilizzando un controller per aggiungere o rimuovere energia al/dal sistema. [3]

L'approccio più comune per determinare la fase di un sistema consiste nell'utilizzare uno stimatore con un modello oscillatorio intrinseco della forma

$$\dot{\theta} = v\omega + \eta \quad (1)$$

dove  $\dot{\theta}$  è il valore stimato della velocità angolare,  $\omega$  è la velocità angolare del sistema,  $v$  è un fattore di apprendimento e  $\eta$  è il rumore. La stima del ciclo del passo, utilizzando una versione periodica del particle filtering, è stata introdotta in [2]. Hanno modellato il ciclo del passo come un processo stocastico e implementato un particle filter basato su oscillatori accoppiati. Tuttavia, il filter richiedeva informazioni da diversi cicli per produrre una buona stima, e questo approccio, per di più computazionalmente costoso, era sfavorevole per le operazioni a bassa velocità.

La stima di fase di oscillatori multipli sincronizzati e la sua applicazione nei processi biologici, incluso il camminare, è stata sviluppata in [4] definendo il processo come stocastico con un comportamento oscillatorio sottostante, ottenendo così una buona stima della fase e la riduzione del rumore dal sensore.

Alcuni ricercatori hanno utilizzato la somma di diversi oscillatori per assistere il movimento per camminare.[5] Altri ricercatori hanno utilizzato un oscillatore adattivo per stimare la du-

rata del ciclo del passo e assistere l'anca durante la deambulazione. [6] La quantità di coppia fornita dall'esoscheletro è stata ottenuta da una tabella di riferimento e ha riportato riduzioni dei valori di picco della posizione dell'anca, della velocità e dell'attività muscolare misurata mediante l'elettromiografia. Quest'ultima è una procedura diagnostica finalizzata alla valutazione dello stato di salute dei muscoli e dei nervi periferici che controllano quest'ultimi. Un oscillatore di frequenza adattivo per assistere il movimento dell'anca durante l'andatura è stato implementato in [7], sviluppando un nuovo Adaptive Frequency Oscillator (AFO), chiamato Particularly Shaped Adaptive Oscillator (PSAO), che stima il ciclo del passo direttamente dall'angolo dell'articolazione dell'anca in base a un modello. La Fig. 3 chiarisce come gli oscillatori adattivi possano apprendere dal movimento dell'uomo e fornire assistenza al paziente in analisi.

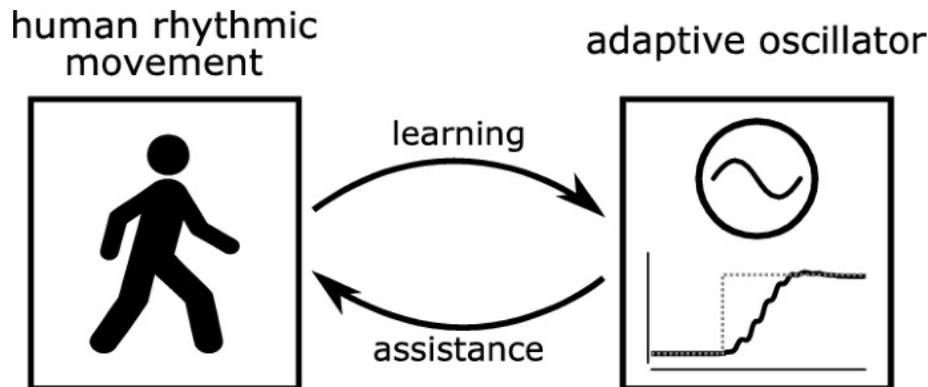


Figura 3: Adaptive oscillator applicati nello studio del movimento dell'uomo

Anche qui il valore della coppia per l'assistenza alla deambulazione è stato selezionato da una tabella di ricerca, in base allo stato stimato dell'angolo di fase. L'uso di più oscillatori ha aiutato a ridurre il costo metabolico durante la deambulazione. Sebbene l'approccio fosse applicabile a qualsiasi segnale periodico esterno, è stato osservato che i risultati variano a causa della variazione della stima dei parametri del modello dinamico. Tuttavia, poiché si trattava di un approccio basato sull'apprendimento, il valore stimato della fase dell'andatura e l'angolo calcolato non erano del tutto precisi durante la partenza o dopo un improvviso cambiamento nell'andatura. Negli oscillatori basati sulla fase gli oscillatori adattativi sono stati sincronizzati con il segnale esterno e quindi sono state stimate la posizione e la velocità. Gli stati stimati guidavano i segnali di controllo che obbligavano il sistema a seguire un comportamento. Un altro esempio di oscillatore adattivo è stato approfondito in [8], in cui viene presentato un nuovo algoritmo basato su AO (adaptive oscillator) allo scopo di acquisire una fase di andatura accurata e continua durante la camminata. In questo caso, lo stimatore di fase dell'andatura basato su AOs può acquisire una fase di andatura continua e accurata da qualsiasi

segnale biomeccanico periodico. La sua implementazione può essere suddivisa in tre fasi: una stima della fase primaria basata sugli AOs, il rilevamento degli eventi di andatura desiderati e la compensazione degli errori di fase. Tuttavia, però, il nuovo algoritmo sviluppato per stimare la fase di andatura è sensibile alla sintonizzazione dei parametri AOs, in particolare per un segnale con diverse armoniche. Pertanto, diversi parametri possono modificare i risultati. L'oscillatore di fase presentato in questo documento è diverso dal PSAO, con diverse equazioni dinamiche del movimento e utilizza l'angolo di fase invece di stimare una funzione e mapparla su uno schema periodico. L'oscillatore di fase presentato in questo lavoro è diverso dagli oscillatori Andronov-Hopf o Van-der-Pol. Simile all'oscillatore Hopf, questo oscillatore di fase mostra plasticità dinamica e sincronizzazione con l'input ritmico esterno. L'oscillatore di fase non necessita di alcuna elaborazione del segnale ed è completamente dinamico e adattivo con l'apprendimento incorporato nella dinamica del sistema. L'oscillatore Hopf non ha un'interpretazione fisica diretta. Al contrario, l'oscillatore di fase stima l'angolo di fase tra spostamento e velocità (come mostrato in Fig. 4). Pertanto, si osserva che per un'implementazione in tempo reale, è vantaggioso un controller che possa adattarsi prontamente al cambiamento dell'andatura. Il controllore dovrebbe essere in grado di rispondere ai cambiamenti istantanei dell'andatura e avere un ritardo minimo. Ci sono stati altri ricercatori che sono riusciti a ottenere esoscheletri basati su AO per rispondere alle variazioni dell'andatura aggiungendo una tecnica di rilevamento dell'evento dell'andatura secondaria, impiegando tecniche di apprendimento automatico e segnali motori primitivi. Sebbene i progetti di esoscheletro in questi approcci abbiano avuto successo nell'eseguire più azioni di deambulazione, il segnale di controllo assistivo dipendeva da input provenienti da più sistemi. In questo lavoro viene studiato un oscillatore di fase che potrebbe assistere il movimento con una funzione di forzatura continua, la quale non richiede un fattore di apprendimento e può anche adattarsi alle variazioni dell'andatura istantaneamente, sulla base di un singolo input sensoriale.<sup>1</sup>

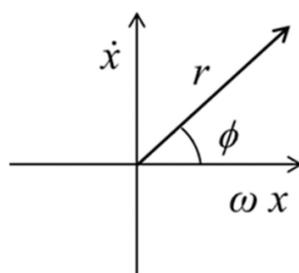


Figura 4: Definizione del diagramma di fase, l'asse orizzontale è la posizione  $x$ , moltiplicata per la frequenza delle oscillazioni  $\omega$ , e l'asse verticale è la velocità  $\dot{x}$ . L'angolo di fase è  $\phi$  e il raggio è  $r$ .

## 2.2 METODI APPLICATI PER LA SIMULAZIONE

L'oscillatore di fase è costruito con un sistema dinamico del secondo ordine e una funzione di forzatura periodica basata sull'angolo di fase del sistema. Quindi per il suo studio si è applicato tale modello a quello dell'oscillatore non lineare di Duffing. L'equazione di Duffing, dal nome di Georg Duffing, è un'equazione differenziale non lineare del secondo ordine utilizzata per modellare alcuni oscillatori smorzati e forzati ossia per oscillatori ideali la cui evoluzione nel tempo è descritta da una funzione sinusoidale, la cui frequenza dipende solo dalle caratteristiche del sistema e la cui ampiezza è costante. L'equazione di Duffing è un esempio di un semplice sistema dinamico che può esibire un comportamento caotico, come l'oscillatore di Van der Pol. Tale modello differenziale ha la seguente espressione:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + ax + \beta x^3 = \delta \cos(\omega t) \quad (2)$$

Per effettuare la simulazione numerica ci si è serviti dei metodi di Runge-Kutta. I metodi di Runge-Kutta sono una famiglia di metodi iterativi discreti utilizzati nell'approssimazione numerica di soluzioni di equazioni differenziali ordinarie, e più specificatamente per problemi ai valori iniziali. Fanno parte della famiglia più generale di metodi discreti per le equazioni differenziali ordinarie, ovvero di quella classe di metodi numerici che fornisce un'approssimazione della soluzione di un'equazione differenziale (o più precisamente di un problema di Cauchy) in un insieme discreto di punti. I metodi espliciti di Runge-Kutta del quarto ordine o a quattro stadi sono descritti dalle equazioni:

$$\begin{cases} k_{1,n} := f(t_n, y_n), \\ k_{2,n} := f(t_n + c_2 h, y_n + h a_{21} k_{1,n}) \\ k_{3,n} := f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_{1,n} + a_{32} k_{2,n})) \\ k_{4,n} := f(t_n + c_4 h, y_n + h(a_{41} k_{1,n} + a_{42} k_{2,n} + a_{43} k_{3,n})) \\ y_{n+1} = y_n + h(b_1 k_{1,n} + b_2 k_{2,n} + b_3 k_{3,n} + b_4 k_{4,n}). \end{cases}$$

Si preferisce fissare i valori dei coefficienti 'a' e 'c' e determinare solamente i coefficienti 'b' imponendo la condizione sull'errore di troncamento poichè i calcoli per determinare i vincoli tra i coefficienti che permettono di ottenere un errore di troncamento  $\tau_{n+1}^{eRK4} = \mathcal{O}(h^5)$  sono estremamente complicati. I valori scelti sono:

$$\begin{cases} c_2 = c_3 = \frac{1}{2}, c_4 = 1, \\ a_{21} = a_{32} = \frac{1}{2}, a_{31} = a_{41}, a_{42} = 0, a_{43} = 1. \end{cases}$$

Il metodo risultante è:

$$\begin{cases} k_{1,n} := f(t_n, y_n), \\ k_{2,n} := f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{1,n}) \\ k_{3,n} := f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{2,n}) \\ k_{4,n} := f(t_n + h, y_n + hk_{3,n}) \\ y_{n+1} = y_n + h(\frac{1}{6}k_{1,n} + \frac{1}{3}k_{2,n} + \frac{1}{3}k_{3,n} + \frac{1}{6}k_{4,n}). \end{cases}$$

Questo è il metodo numerico più comunemente utilizzato nelle applicazioni nonché il più accurato. Il primo stadio rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata in  $t_n$  e coincide con la stima di Eulero nel metodo fEul (Metodo di Eulero in avanti). Mentre il secondo stadio rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata a metà dell'intervallo  $[t_n, t_{n+1}]$ , ovvero in  $t_n + h/2$  e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima  $k_{1,n}$  per compiere il “mezzo passo” interno. Il terzo stadio rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata a metà dell'intervallo  $[t_n, t_{n+1}]$ , ovvero in  $t_n + h/2$  e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima  $k_{2,n}$  per compiere il “mezzo passo” interno. Invece il quarto stadio rappresenta una stima della velocità di variazione calcolata in  $t_{n+1}$  e coincide con la stima di Runge nel metodo RM ottenuta utilizzando la stima  $k_{3,n}$  per compiere un passo intero interno (ovvero un “mezzo passo” interno con passo  $2h$ ). L'incremento effettivo è calcolato come una somma pesata  $y_{n+1}$  dei quattro incrementi calcolati nei quattro stadi. Quindi il metodo eRK4 è quindi basato su quattro stime differenti della velocità di variazione (una all'inizio dell'intervallo  $[t_n, t_{n+1}]$ , due al centro dell'intervallo e una alla fine dell'intervallo) e ciascun stadio utilizza solo l'informazione calcolata nello stadio precedente, si tratta quindi di un metodo esplicito. Per la simulazione numerica delle equazioni e per la visualizzazione dei grafici ottenuti ci si è serviti della piattaforma di programmazione e di calcolo numerico MATLAB.

## 2.3 FORMULE ADOPERATE NELLO STUDIO

### 2.3.1 DETERMINAZIONE DEI PARAMETRI FONDAMENTALI

L'oscillatore di fase è costruito con un sistema dinamico del secondo ordine e una funzione di forzatura periodica basata sull'angolo di fase del sistema. Consideriamo innanzitutto un sistema dinamico generale del secondo ordine:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (3)$$

Dove  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$  sono lo spostamento, la velocità e l'accelerazione del sistema con frequenza propria  $\omega_n$  e coefficiente di smorzamento  $\zeta$ . Questo sistema può avere tre diversi comportamenti: puramente oscillatorio ( $\zeta = 0$ ), smorzato ( $0 < \zeta < 1$ ) o sovrasmorzato ( $\zeta > 1$ ). Anche se i sistemi reali potrebbero non mostrare un comportamento puramente oscillatorio, a volte è auspicabile, come nel controllo di robot indossabili. Per costruire un oscillatore, l'angolo di fase del sistema è definito come mostrato nell'Eq. (4):

$$\phi = \arctan 2(\dot{x}, \omega x) \quad (4)$$

Il seno e il coseno dell'angolo di fase sono dati nelle Eq. (5) e (6):

$$\sin(\phi) = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (5)$$

$$\cos(\phi) = \frac{\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (6)$$

Una funzione di forzatura è definita in base all'angolo di fase come mostrato in Eq. (7):

$$f(\dot{x}, x) = c \sin(\phi) + d \cos(\phi) \quad (7)$$

Sostituendo l'Eq. (5) e (6) nell'Eq. (7) si ottiene l'Eq (8):

$$f(\dot{x}, x) = \frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (8)$$

L'equazione di forzatura è aggiunta al sistema dinamico del secondo ordine in modo tale da ottenere la forma dell'oscillatore, con frequenza propria naturale  $\omega_n$  e frequenza  $\omega$ , indicata nell'Eq. (9):

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (9)$$

Riscrivendo il tutto nella forma  $\ddot{x} = f(x)$  si ottiene l'Eq. (10):

$$\ddot{x} = -2\zeta\omega_n\dot{x} - \omega_n^2x + \frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (10)$$

Poiché l'oscillatore di fase è un sistema non lineare, l'esistenza di un ciclo limite viene valutata utilizzando il criterio Poincaré-Bendixson. Il campo vettoriale nell'eq. (13) è costruito utilizzando la funzione differenziabile continua nell'Eq. (11) e il suo gradiente di cui all'Eq. (12).

$$V(x) = \frac{\omega^2x^2}{2} + \frac{\dot{x}^2}{2} \quad (11)$$

$$\nabla V(x) = \omega^2x\dot{x} + \dot{x}\ddot{x} \quad (12)$$

$$f(x) \cdot \nabla V(x) = (\omega^2 - \omega_n^2)x\dot{x} - 2\zeta\omega_n\dot{x}^2 + \frac{c\dot{x} + d\omega x\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} \quad (13)$$

Il criterio di Poincaré-Bendixson determina una regione  $M = \{k_1 \leq V(x) \leq k_2\}$ , dove si osserva che  $0 < k_1 \leq k_2$  e che  $M$  è chiuso e limitato, in cui è garantita l'esistenza di un ciclo orbita/limite chiuso. Il campo vettoriale punta verso l'interno per  $f(x) \cdot \nabla V(x) < 0$ , punta verso l'esterno per  $f(x) \cdot \nabla V(x) > 0$  ed è tangente per  $f(x) \cdot \nabla V(x) = 0$ . Questi casi sono rappresentati rispettivamente nelle Eq (14), (15) e (16):

$$\frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} < 2\zeta\omega_n\dot{x} + (\omega_n^2 - \omega^2)x \quad (14)$$

$$\frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} > 2\zeta\omega_n\dot{x} + (\omega_n^2 - \omega^2)x \quad (15)$$

$$\frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} = 2\zeta\omega_n\dot{x} + (\omega_n^2 - \omega^2)x \quad (16)$$

Il ciclo limite esiste per  $\frac{c\dot{x} + d\omega x}{2\zeta\omega_n\dot{x} + (\omega_n^2 - \omega^2)x} > 0$ . Questa variabile di proporzionalità dipende dai parametri di progettazione della frequenza e dell'ampiezza dell'oscillazione. Supponiamo una variazione sinusoidale dello spostamento, come mostrato nel gruppo di Eq. (14):

$$\begin{aligned} x &= A \sin(\omega t) \\ \dot{x} &= A \cos(\omega t) \\ \ddot{x} &= -A\omega^2 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (17)$$

I valori di  $c$  e  $d$  si trovano collegando l' Eq. (17) in Eq. (9) e sono indicati in Eq. (18):

$$\begin{aligned} c &= 2\zeta A\omega\omega_n \\ d &= A(\omega_n^2 - \omega^2) \end{aligned} \quad (18)$$

### 2.3.2 STABILITÀ DEL CASO SINUSOIDALE UTILIZZANDO LE COORDINATE POLARI

Il criterio di Poincaré-Brendixson garantisce quindi l'esistenza di un ciclo limite. Il sistema è espresso in coordinate polari per valutare la stabilità e il comportamento del sistema prima di raggiungere lo stato stazionario. Dalla definizione dell'angolo di fase in Fig. 4, l'espressione deriva come Eq. (19):

$$\begin{aligned} \omega x &= r \cos \phi \\ \dot{x} &= r \sin \phi \end{aligned} \quad (19)$$

Sostituendo l'Eq. (17) all'Eq. (19), l'Eq. otteniamo l'Eq (20):

$$\begin{aligned} A\omega \sin(\omega t) &= r \cos \phi \\ A\omega \cos(\omega t) &= r \sin \phi \end{aligned} \quad (20)$$

Risolvendo l'Eq. (20) e differenziando i termini otteniamo  $r = A\omega$ ,  $\phi = \pi/2 - \omega t$ ,  $\dot{\phi} = -\omega$ ,  $\ddot{x} = \dot{r} \sin \phi + r\dot{\phi} \cos \phi$ . Sostituendo questi termini in Eq. (9) ci dà l'Eq. (21):

$$\dot{x} \sin \phi + r\dot{\phi} \cos \phi + 2\zeta\omega_n r \sin \phi + \frac{\omega_n^2 r}{\omega} \cos \phi = c \sin \phi + d \cos \phi \quad (21)$$

Separando i termini che sono moltiplicati per  $\cos \phi$  e  $\sin \phi$  in Eq. (21), si producono due equazioni differenziali di primo ordine come mostrato nelle Eq. (22):

$$\begin{aligned} \dot{r} + 2\omega_n r &= c & (a) \\ r\dot{\phi} + \frac{\omega_n^2 r}{\omega} &= d & (b) \end{aligned} \quad (22)$$

La soluzione per l'Eq. (22)-a è indicata nell'Eq.(23):

$$r = e^{-2\zeta\omega_n t} + \frac{c}{2\omega_n} \quad (23)$$

Il valore allo stato stazionario del raggio viene visualizzato in Eq. (24). Lo stesso può essere espresso in termini di ampiezza e frequenza, come mostrato nell'Eq. (25). Le componenti esponenziali dell'Eq. (23) forniscono il tempo necessario per raggiungere la stabilità.

$$r_{ss} = \frac{c}{2\zeta\omega_n} \quad (24)$$

$$A\omega = \frac{c}{2\zeta\omega_n} \quad (25)$$

Collegando l'Eq. (24) all'Eq. (22)-b, ci dà l'Eq. (26):

$$\dot{\phi} = \frac{2d\zeta\omega_n}{c} - \frac{\omega_n^2}{\omega} \quad (26)$$

Sostituendo  $\dot{\phi} = -\omega$ , otteniamo Eq. (27):

$$-\omega = \frac{2d\zeta\omega_n}{c} - \frac{\omega_n^2}{\omega} \quad (27)$$

Risolvendo  $\omega$  dall' Eq. (27) si genera l'espressione mostrata nell' Eq. (28):

$$\omega = \frac{-d\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{d^2\zeta^2 + c^2}}{c} \quad (28)$$

Mediante l'Eq. (28) ottenuta, noti i valori di  $c$  e di  $d$  a seconda del caso che stiamo studiando, e prendendo in considerazione che il rapporto di smorzamento è  $\zeta = 0.06782$  e che la frequenza naturale sia  $\omega_n = 4.882$  rad/s, possiamo ricavare il valore della frequenza  $\omega$ .

### 2.3.3 LYAPUNOV REDESIGN

Definiamo un controller come un software e/o hardware che viene utilizzato per modificare il comportamento dinamico del sistema. A volte ci sono non linearità non modellate nel sistema che potrebbero destabilizzare il sistema lineare. Soprattutto nel caso dei robot indossabili, un piccolo cambiamento nella geometria o nei parametri antropomorfici introdurrebbe dinamiche non modellate. Pertanto, il design del controller lineare può funzionare o meno in modo efficace. Quindi viene utilizzata una tecnica, in cui il regolatore dell'oscillatore di fase è progettato per gestire dinamiche non modellate. La riprogettazione di Lyapunov viene applicata per costruire un controller robusto utilizzando una funzione di delimitazione. Questo

metodo viene utilizzato per progettare un termine aggiuntivo al controller per gestire le non linearità (come rumore e perturbazioni) che non sono state considerate nel modello. Questo metodo consiste in una serie di trasformazioni per trovare un controller considerando le condizioni di delimitazione per la perturbazione e il rumore. Il controller risultante sarebbe stabile a Lyapunov.

#### 2.3.4 IMPLEMENTAZIONE DEL CONTROLLER

Per convalidare la teoria del controllore un semplice pendolo è stato usato. Per l'implementazione del controller, il sistema è stato modellato come:

$$\ddot{\theta} + 2\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = G \frac{c_1\dot{\theta} + d_1\omega\theta}{\sqrt{\dot{\theta}^2 + \omega^2\theta^2}}, \quad (29)$$

dove  $G$  è il guadagno del sistema di attuazione (motore, driver e acquisizione dati) e  $c = Gc_1$ ,  $d = Gd_1$ . Per identificare i parametri del sistema, è stata registrata una risposta al test a gradini per ottenere il rapporto di smorzamento ( $\zeta = 0,06782$ ) e la frequenza naturale ( $\omega_n = 4.882$  rad/s) del sistema. La camminata/corsa umana può essere considerata come un'attività periodica/quasiperiodica con frequenze multiple. Utilizzando i dati sull'andatura forniti in 9, è stata ottenuta una rappresentazione troncata della serie di Fourier della traiettoria dell'anca  $\theta(t)$  e della coppia dell'anca  $E(t)$  durante l'andatura normale. I modelli sono espressi nelle Eq.(30) e (31):

$$\begin{aligned} \theta(t) = & 0,12268 + 0,3675 \sin(2\pi t + 2,03) \\ & + 0,04 \sin(4\pi t + 4,76) + 0,02 \sin(6\pi t + 0,24) \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(t)_{hip} = & 2,194 + 21,67 \cos(2\pi t + 0,2703) \\ & + 2.174 \cos(4\pi t + 1.2092) + 4.368 \cos(6\pi t + 0.8343) \quad (31) \end{aligned}$$

Idealmente, il controller dovrebbe essere in grado di guidare i motori in sincronia con le frequenze di camminata/corsa. Nella realtà, però, quando il movimento umano cerca di seguire da vicino l'esoscheletro, si registra un leggero ritardo o asincronia proprio nel movimento umano rispetto all'esoscheletro. Questa asincrona è modellata come un offset di coppia e il

segnale del controller dovrebbe tenere conto di questa coppia costante. Quindi il controller deve essere sintonizzato in modo che il ciclo limite risultante corrisponda alle frequenze e allo sfasamento dell'andatura umana che cammina/corre. Considerando il modello a pendolo per l'articolazione dell'anca umana, se la coppia (o forzatura) non ha offset, può essere modellata con l'Eq. (9). Se c'è un offset nella coppia, il sistema diventa:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} + g, \quad (32)$$

dove  $g$  è una componente non periodica dell'eccitazione. I valori di  $c$  e  $d$  devono essere selezionati in modo tale da guidare il sistema verso un ciclo limite quasi periodico o un ciclo limite periodico con frequenze multiple. Analiticamente, questo problema può essere risolto usando l'equilibrio armonico. Supponendo che il movimento della gamba all'anca possa essere modellato come un sistema dinamico di secondo ordine, la coppia all'anca può essere modellata come:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{c\dot{x} + d\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} + g + E_{hip}, \quad (33)$$

dove  $E_{hip}$  è la coppia esercitata dall'uomo per controllare la traiettoria degli arti. L'entità della coppia di assistenza non può essere troppo grande perché si presume che l'umano abbia il controllo sulla traiettoria degli arti. Qualora l'assistenza fosse troppo grande, l'esoscheletro controllerebbe anche la generazione della traiettoria e questo sarebbe indesiderabile. L'obiettivo è ridurre l'entità di  $E_{hip}$  utilizzando la funzione di forzatura basata sulla fase per controllare un robot dell'anca progettato per assistere il movimento durante la normale deambulazione. Si consideri:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{(c_{hip} + c_a)x + (d_{hip} + d_a)\omega x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \omega^2x^2}} + g, \quad (34)$$

dove  $c_{hip}$ ,  $d_{hip}$  e  $g$  sono i componenti di  $E_{hip}$ , mentre  $c_a$  e  $d_a$  sono i componenti della coppia di assistenza. Questo approccio semplifica il controllo del robot indossabile in quanto non esiste un processo di apprendimento per il valore della frequenza e il segnale di controllo avrà sempre la stessa frequenza del movimento anche per le piccole frequenze. I valori di  $c_a$  e  $d_a$  potrebbero essere selezionati per essere proporzionali a  $c_{hip}$  e  $d_{hip}$ , tuttavia, ciò richiede una stima in tempo reale di  $c_{hip}$ ,  $d_{hip}$ . Stimare questi valori è complicato dal momento che farlo richiede la conoscenza dei componenti armonici del movimento in tempo reale, e questo processo richiede diversi periodi di campionamento. Tuttavia, l'uso dell'angolo di fase per controllare il sistema garantisce che la coppia di assistenza sia sempre alla frequenza appropriata e il segnale di controllo sia limitato. In questo lavoro, viene proposto l'uso della funzione di forzatura

non lineare basata sulla fase con valori per  $c_a$  e  $d_a$  basati sui risultati teorici. Affinché il robot assista gli arti umani, il robot è tenuto a identificare  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$  e un'approssimazione della frequenza della prima armonica ( $\omega(t)$ ). Ciò ridurrà l'ampiezza e il massimo della coppia richiesti all'uomo. L'avanguardia è che i picchi di potenza vengono ridotti con un semplice algoritmo di controllo che può essere facilmente implementato in un microcontrollore. Utilizzando la relazione tra le Eq. (30) e (31), il modello a pendolo per il movimento dell'anca è stato modellato come un sistema di secondo ordine utilizzando tecniche di identificazione del sistema. Il modello è espresso come:

$$E_{hip}(t) = 1.4048\ddot{\theta} - 3.6208\dot{\theta} + 191.32 \sin(\theta) - 13 \quad (35)$$

Per comprendere l'effetto dell'oscillatore di fase, la funzione di forzatura basata sulla fase è stata aggiunta al sistema. Il sistema risultante è dato come:

$$E_{hip}(t) = \ddot{\theta} + 2\zeta\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2 \sin(\theta) - \frac{c_a\dot{\theta} + d_a\omega\theta}{\sqrt{\dot{\theta}^2 + \omega^2\theta^2}} \quad (36)$$

## VALIDAZIONE SPERIMENTALE

Mediante la piattaforma MATLAB e sfruttando le conoscenze acquisite durante il corso di Analisi Numerica sono stati tracciati i grafici rispettivi delle varie prove che erano di interesse nel nostro studio. Prima di tutto, per identificare i parametri del sistema è stata registrata una risposta del test a gradini per ottenere il rapporto di smorzamento ( $\zeta = 0,06782$ ) e la frequenza naturale ( $\omega_n \approx 4,882$  rad/s) del sistema. Utilizzando i valori di  $c = 2$  e  $d = 0$ , si ottiene il grafico desiderato (come mostrato in Fig. 5) e un'ampiezza  $A = 1,33$  rad. Il valore di  $G$  è risultato essere  $G = 0,465$ , utilizzando l'Eq. (18). Successivamente sono stati eseguiti tre test, uno per validare i parametri individuati, il secondo variando la frequenza e il terzo variando l'ampiezza. Il sistema che otteniamo per plottare la Fig. 5 è il seguente:

$$\begin{cases} \theta' = y \\ y' = G \frac{2c'y + d'\omega\theta}{\sqrt{y^2 + \omega^2\theta}} - 2y\omega_n\zeta - \omega_n^2\theta \end{cases}$$

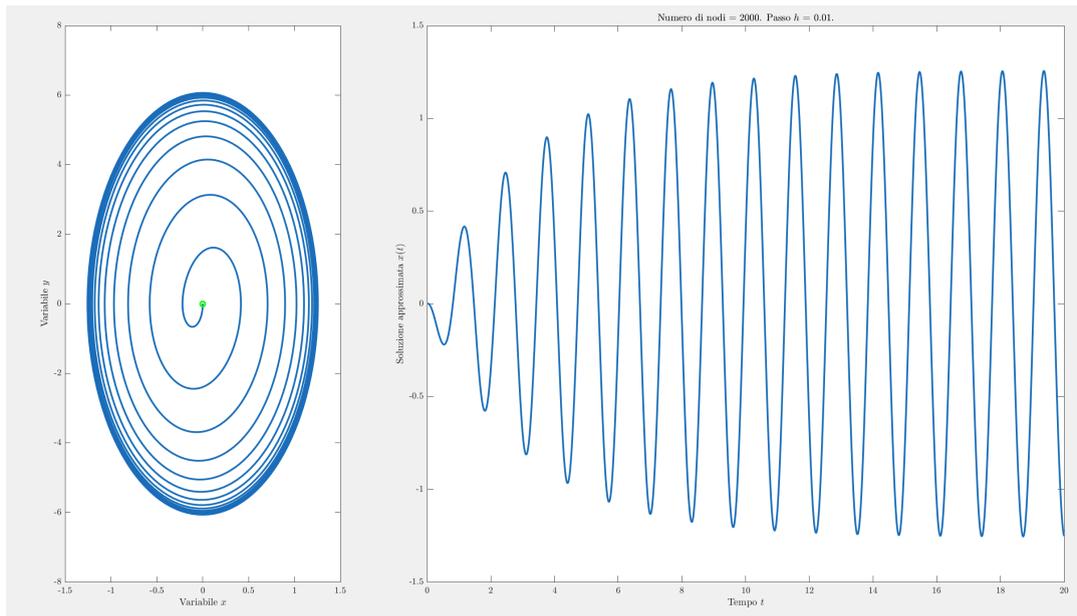


Figura 5: Primo test l'identificazione iniziale dei parametri

### 3.1 CONVALIDA DEI PARAMETRI DI SISTEMA

Per convalidare i valori sperimentali per i parametri del sistema, è stato eseguito un test per ottenere l'errore tra i parametri di oscillazione desiderati e quelli effettivi. I valori desiderati per la frequenza e l'ampiezza per questo test erano  $A_d = 1$ ,  $\omega_d = 5$  rad/s. Usando l'Eq. (18) i valori per  $c$  e  $d$  sono risultati  $c = 1,5411$ ,  $d = -0,552$ . L'uscita del sistema aveva una frequenza  $\omega = 4,92$  rad/s, e un'ampiezza  $A = 1,018$  rad. Applicando i dati trovati all'equazione (29) si ottengono i due grafici. (Fig. 6) L'errore nel valore della frequenza è stato dell'1,6% e l'errore nel valore dell'ampiezza è stato dell'1,8%. Il sistema risultante adoperato è il medesimo del caso precedente solo che cambiano i dati.

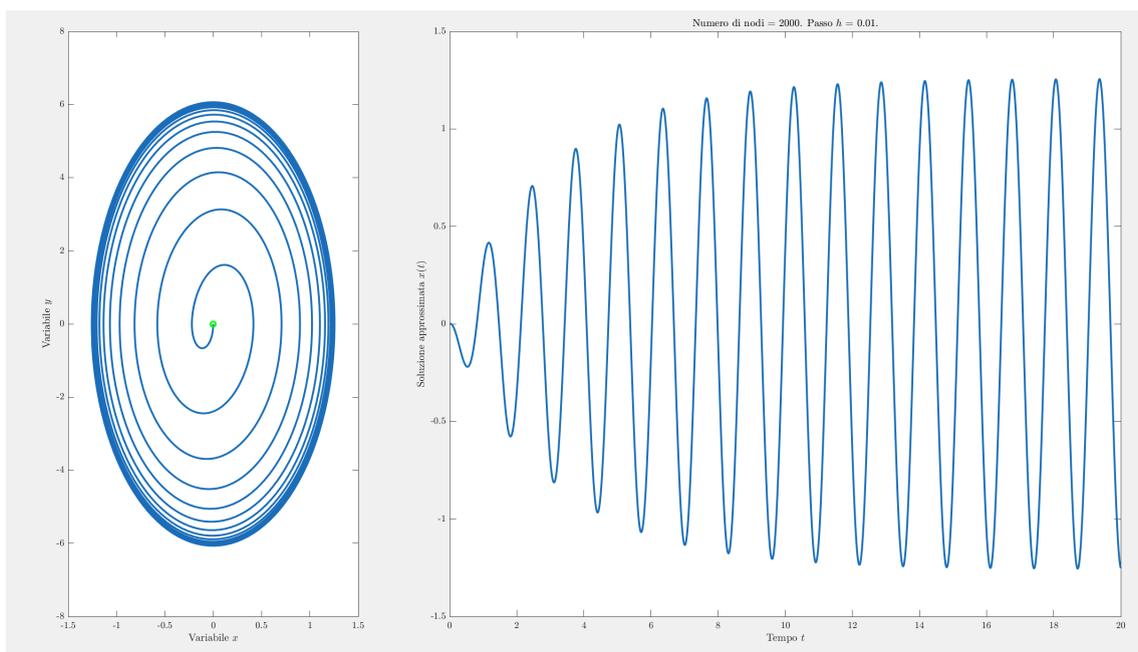


Figura 6: Grafico per la convalida dei parametri

### 3.2 PROVA DI VARIAZIONE DI FREQUENZA

Il test di variazione di frequenza consisteva nel modificare i valori di  $c$  e  $d$ , secondo l'Eq. (18), per modificare la frequenza delle oscillazioni mantenendo la stessa grandezza di ampiezza. Utilizzando i parametri identificati, i valori di  $c$  e  $d$  sono stati calcolati per le condizioni iniziali e finali desiderate modificando la frequenza e mantenendo costante l'ampiezza. Le condizioni iniziali desiderate erano  $A_{d1} = 1$  rad e  $\omega_{d1} = 6$  rad/s; Le condizioni finali sono  $A_{d2} = 1$  rad e  $\omega_{d2} = 5$  rad/s. I valori calcolati di  $c$  e  $d$  erano:  $c_1 = 1,849$ ,  $c_2 = 1,5411$ ,  $d_1 = -5,6744$  e  $d_2 = -0,5521$ . La Fig. 7 mostra l'uscita del sistema nel piano di fase dove sono evidenti due

cicli limite definiti con diverse frequenze. La Fig. 8 mostra la transizione da  $A_1 = 1,07$  rad,  $\omega_1 = 6,04$  rad/s a  $A_2 = 1,06$  rad e  $\omega_2 = 4,97$  rad/s. L'errore in ampiezza è stato del 7% e l'errore in frequenza è stato del 4,2%.

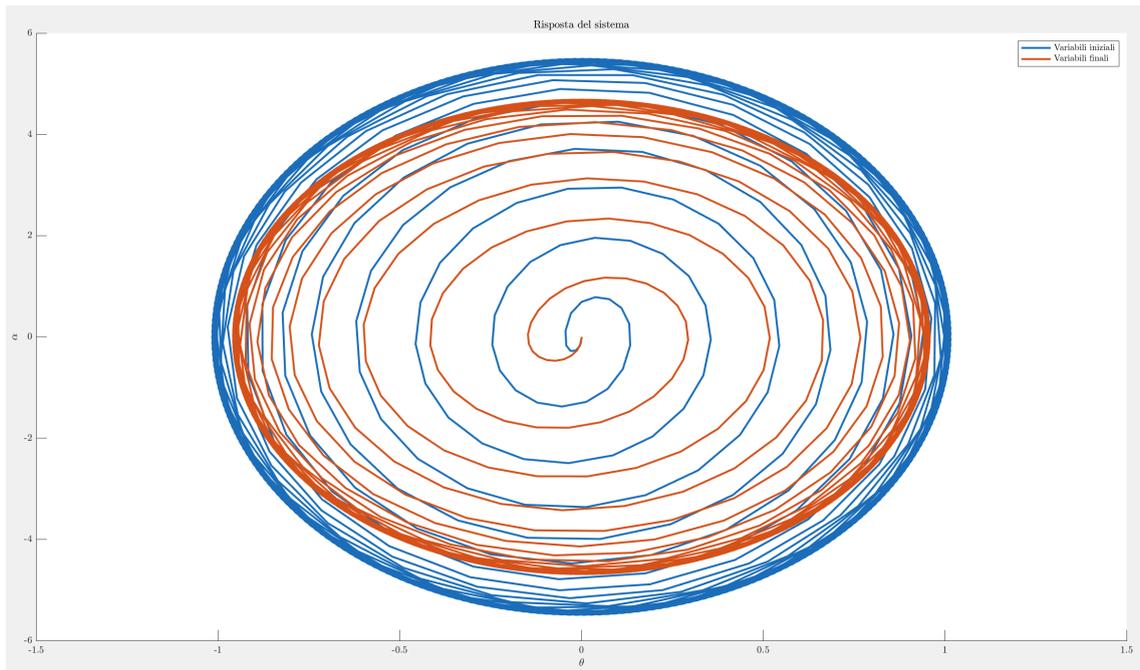


Figura 7: Grafico sulla variazione di frequenza

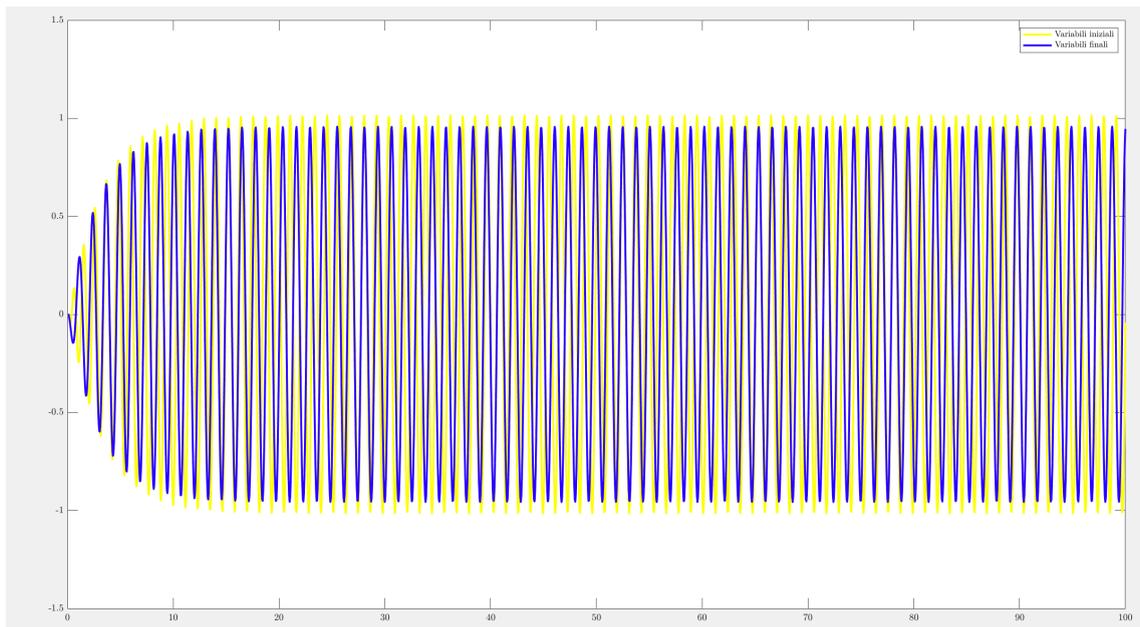


Figura 8: Variazione temporale durante il test della variazione di frequenza

### 3.3 TEST DI VARIAZIONE DELL'AMPIEZZA

Durante il test di variazione dell'ampiezza, utilizzando i parametri individuati, sono stati calcolati i valori di  $c$  e  $d$  per le condizioni iniziali e finali desiderate, modificando l'ampiezza e mantenendo costante la frequenza. Le condizioni iniziali desiderate erano  $A_{d1} = 1.2$  rad e  $\omega_{d1} = 5$  rad/s; e le condizioni finali desiderate erano  $A_{d2} = 0.8$  rad e  $\omega_{d2} = 5$  rad/s. I valori calcolati di  $c$  e  $d$  erano:  $c_1 = 1.84$ ,  $c_2 = 1.23$ ,  $d_1 = -0.6625$  e  $d_2 = -0.4416$ . Dopo aver eseguito il sistema e aver modificato i valori di  $c$  e  $d$ , la risposta del sistema è passata da  $A_1 = 1.31$  rad,  $\omega_1 = 4.8$  rad/s, a  $A_2 = 0.69$  rad e  $\omega_2 = 4.9$  rad/s. L'errore in ampiezza è stato del 13,7%. Questo errore può essere attribuito a limiti fisici sulla larghezza di banda del sistema. La Fig. 9 mostra l'uscita del sistema nel piano di fase dove sono evidenti due cicli limite definiti con diverse ampiezze. La Fig. 10 mostra la variazione temporale per il test di variazione di ampiezza.

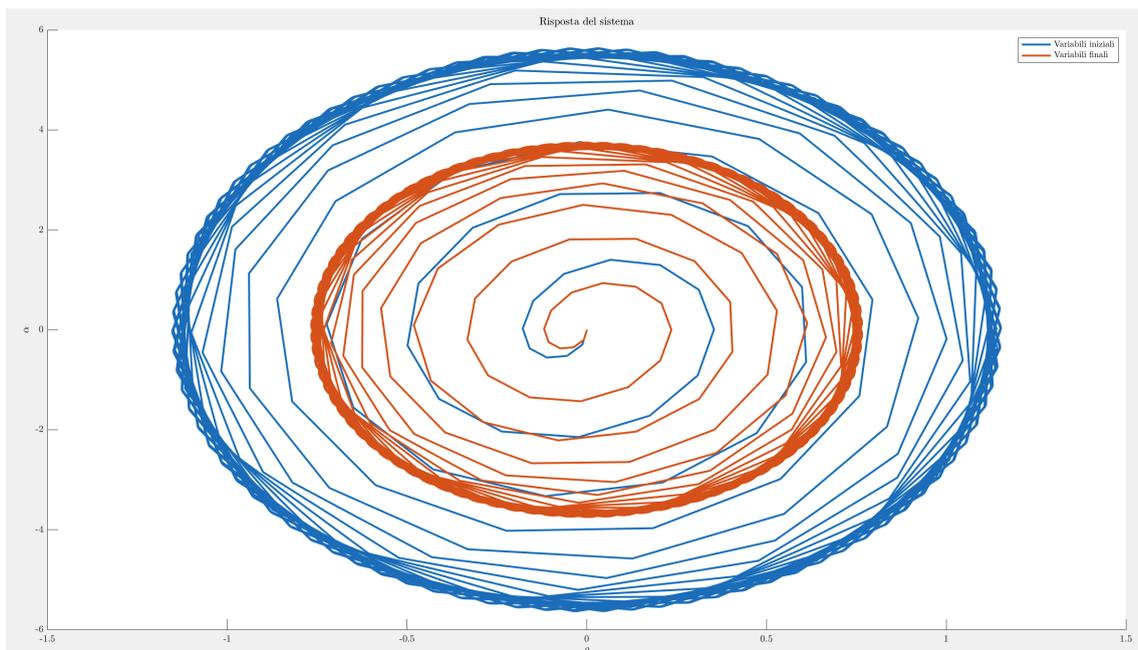


Figura 9: Grafico sulla variazione dell'ampiezza

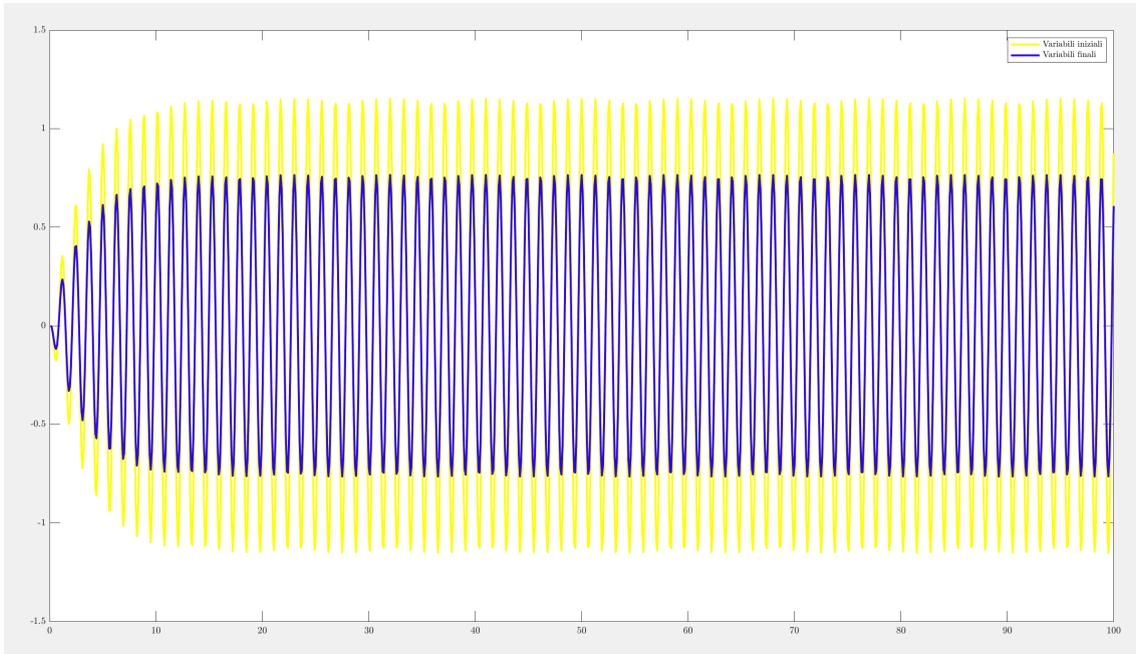


Figura 10: Variazione temporale durante il test della variazione di ampiezza

### 3.4 RIDUZIONE DELLA VARIABILITÀ DELLA TRAIETTORIA ATTORNO AL CICLO LIMITE CON LA RIPROGETTAZIONE DI LYAPUNOV

Per convalidare l'approccio di riprogettazione di Lyapunov discusso in precedenza un controller  $v^*$  è stato aggiunto al sistema di controllo del pendolo. La Fig. 11 mostra la risposta del pendolo nel piano di fase senza aggiungere il controller e la Fig. 12 mostra la risposta con il controller. Si noti che la scala per entrambe le figure è la stessa ed entrambe hanno limiti identici. Entrambe le traiettorie iniziano da  $(0, 0)$  e in entrambi i casi il sistema ha funzionato per 90 s. I valori per il controller dell'oscillatore di fase,  $f(x, \dot{x})$ , implementato erano  $c = 1,849$ ,  $d = -0,6625$  e  $\omega = 5$  rad/s. Nei grafici si osserva che l'uso del controller riprogettato di Lyapunov produce un ciclo limite meglio definito e che la dispersione della traiettoria è inferiore quando si utilizza il controller  $v^*$ . Senza il controller  $v^*$  l'ampiezza radiale allo stato stazionario (in Fig. 11) è  $r = 0,08$  radianti. Con il controller di riprogettazione di Lyapunov, la diffusione radiale allo stato stazionario (mostrata dalle frecce in Fig. 12) è  $r = 0,04$  radianti.

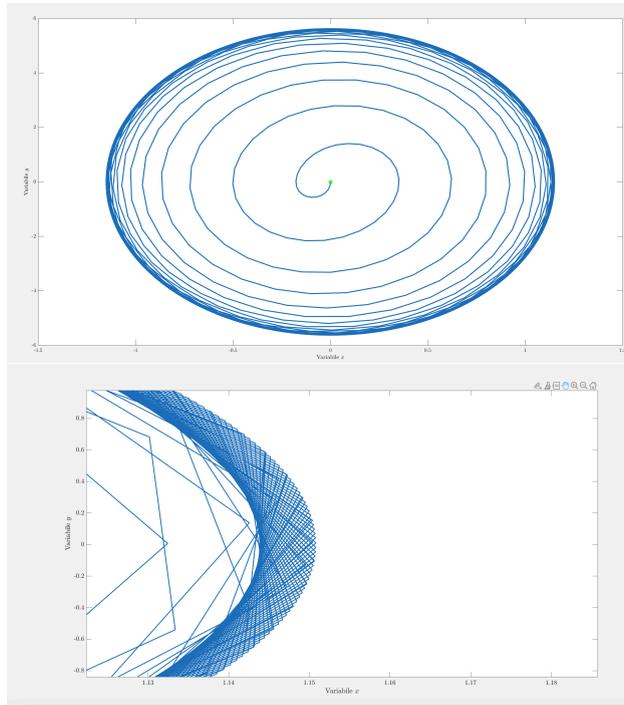


Figura 11: Risposta del sistema senza il controller  $v^*$

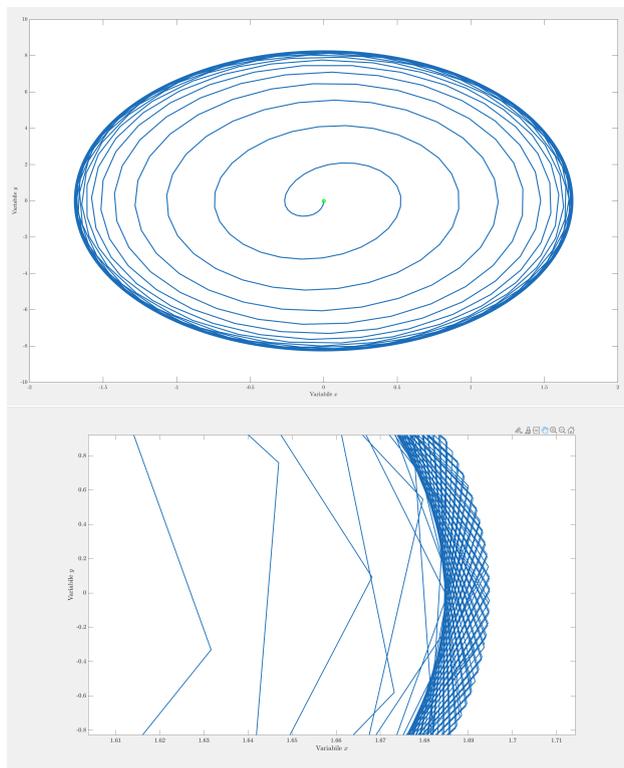


Figura 12: Risposta del sistema con il controller  $v^*$

### 3.5 USO NEI ROBOT INDOSSABILI PER ASSISTERE IL MOVIMENTO PERIODICO

Per le simulazioni, i valori  $c_a$  e  $d_a$  sono  $c_a = 0,1144$  e  $d_a = 9,0665$ . Le coppie ottenute per le Eq. (35) e (36) sono mostrate in Fig. 13, dove si può osservare che utilizzando il regolatore di oscillatore di fase le coppie di picco richieste per l'uomo sono ridotte. Ciò vuol dire che la potenza richiesta dall'anca è sempre inferiore quando assistita utilizzando la funzione di forzatura basata sulla fase. I sistemi adoperati per simulare il funzionamento del regolatore di oscillazione per l'anca sono i seguenti:

$$\begin{cases} \theta' = y \\ y' = \frac{E_{hip} + 3.6208y + 191.32 \sin(\theta)}{1.4048} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \theta' = y \\ y' = \frac{3.6208y + 191.32 \sin(\theta)}{1.4048} \end{cases}$$

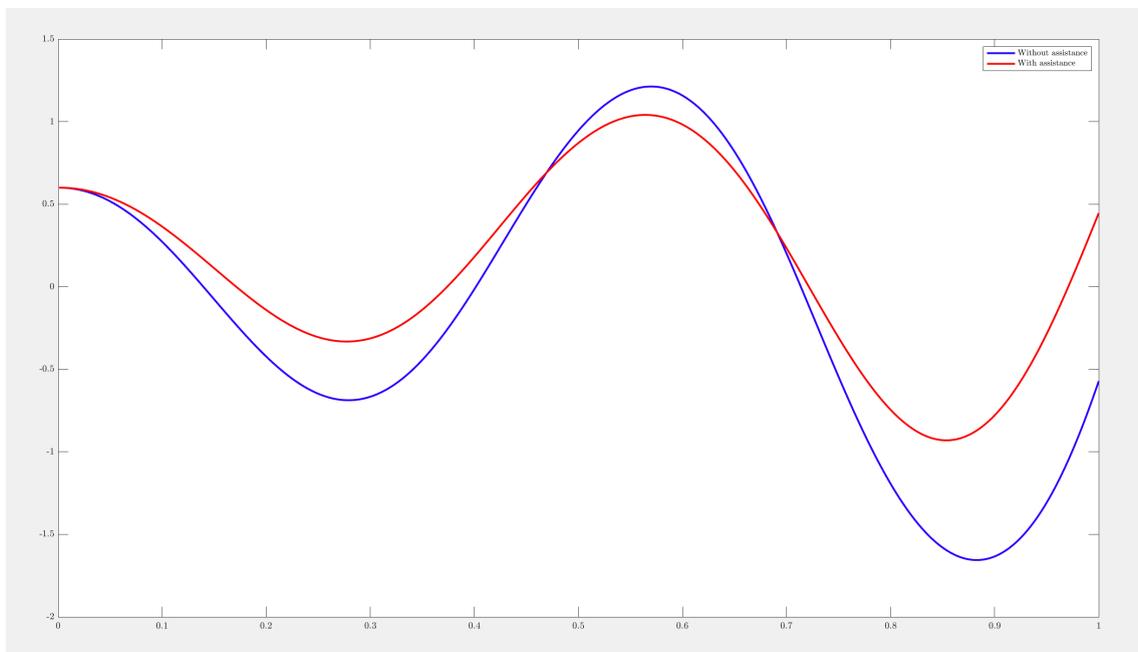


Figura 13: Simulazione della traiettoria dell'anca

---

## CONCLUSIONI

In questo lavoro sono state delineate le caratteristiche di un oscillatore basato sulla fase che potrebbe essere utilizzato per guidare un robot indossabile per l'anca a un ciclo limite. Il modello robot-umano è stato considerato come un sistema dinamico di secondo ordine. Il controller non lineare basato sulla fase può guidare il sistema verso un'orbita periodica desiderata in cui le frequenze dell'orbita corrispondono alle frequenze di camminata/corsa. L'esistenza di un ciclo limite è stata dimostrata utilizzando il criterio di Poincaré-Bendixson e il comportamento durante le transizioni è stato discusso utilizzando le coordinate polari. Il controllore di fase è in grado di modulare l'ampiezza e la frequenza delle oscillazioni. Inoltre, è stata valutata la robustezza del sistema di controllo dell'oscillatore di fase trovando limiti per le perturbazioni che garantissero la stabilità dell'uscita. Il controller è stato modificato per gestire il rumore e le piccole perturbazioni utilizzando il metodo di riprogettazione di Lyapunov. Tutti i risultati teorici sono stati convalidati con un semplice esperimento del pendolo. L'oscillatore di fase mostra plasticità dinamica e sincronizzazione. In altre parole, se la persona cambia il ciclo limite (o l'andatura dal camminare alla corsa al salire le scale), l'oscillatore di fase si adatta a diversi cicli limite, a causa della natura del blocco di fase, con intervalli di frequenza più ampi senza sintonizzare esplicitamente i parametri a mano. La legge di controllo funziona non solo per i moti periodici ma anche per i moti quasiperiodici. Poiché l'oscillatore di fase mostra plasticità dinamica, la variazione dell'angolo di fase comporterebbe un cambiamento nell'ampiezza del ciclo limite. In pratica, il robot può passare senza problemi dalla camminata al jogging alla corsa. L'ottima interazione uomo-robot si riscontra nelle fluide e sincronizzate transizioni dell'andatura del robot con quelle umane: il robot si ferma quando l'uomo si ferma, il robot passa senza soluzione di continuità dal camminare alla corsa o all'andatura di salto. Nei lavori futuri, ci si aspetta di convalidare e attuare una strategia assistiva dipendente dalla fase per le ortesi degli arti inferiori in cui lo stimatore della fase dell'andatura sia in grado di fornire un riferimento di controllo tale per cui sia valutata la sua efficienza in un compito di locomozione. Per fare ciò, è necessario monitorare l'attivazione muscolare degli arti inferiori e il consumo metabolico attraverso calorimetri diretti o indiretti. Un obiettivo ancora più alto potrebbe essere

quello di ampliare lo studio a esoscheletri con sistemi di controllo autonomo in modo da alleviare il carico cognitivo associato al controllo umano nel processo decisionale; a differenza di quelli in commercio in cui si usano controlli manuali per comunicare le intenzioni dell'utente (come nel caso di questo studio). Infine, si potrebbe fare in modo che la struttura indossabile possa interfacciarsi con gli smartwatch o smartphone ampliando gli attuali progressi in ambito medico che le società tecnologiche stanno raggiungendo; in modo tale da monitorare il consumo metabolico e lo sforzo che il corpo umano compie in determinate circostanze con l'aiuto del nostro esoscheletro. La Fig. 14 è un esempio di come possiamo controllare, tramite l'uso delle tecnologie più avanzate degli smartwatch, i parametri biometrici della persona che lo ha al polso.



Figura 14: Esempio di tecnologia biometrica "wearable"

---

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Juan De La Fuente, Susheelkumar C. Subramanian, Thomas G. Sugar, Sangram Redkar, *A robust phase oscillator design for wearable robotic systems* Juan De La Fuente, Susheelkumar C. Subramanian, Thomas G. Sugar, Sangram Redkar, *A robust phase oscillator design for wearable robotic systems*.  
The Polytechnic School, Arizona State University, Mesa AZ-85212, United States of America
- [2] A.K. Tilton, E.T. Hsiao-Weckslar, P.G. Mehta, Filtering with rhythms: Application to estimation of gait cycle, in: Proceedings of the American Control Conference, Montreal, QC, Canada, 2012.
- [3] E.J. Rouse, R.D. Gregg, L.J. Hargrove, J.W. Sensinger, The difference between stiffness and quasi-stiffness in the context of biomechanical modeling, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 60 (2) (2013) 562–568.
- [4] S. Revzen, J.M. Guckenheimer, Estimating the phase of synchronized oscillators, *Phys. Rev. E* (3) 78 (5) (2008) 051907.
- [5] R. Ronsse, T. Lenzi, N. Vitiello, B. Koopman, E. Asseldonk, S. Rossi, J. Kieboom, H. Kooij, M. Carrozza, A. Ijspeert, Oscillator-based assistance of cyclical movements: model-based and model free approaches, *Med. Biol. Eng. Comput.* 49 (10) (2011) 1173–1185.
- [6] T. Lenzi, M.C. Carrozza, S.K. Agrawal, Powered hip exoskeletons can reduce the user’s hip and ankle muscle activations during walking, *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* 21 (6) (2013) 938–948.
- [7] S. Keehong, H. SeungYong, K.C. Byung, L. Younbaek, S. Youngbo, A new adaptive frequency oscillator for gait assistance, in: IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA, Seattle, WA, USA, 2015.
- [8] Tingfang Yan, Andrea Parri, Virginia Ruiz Garate, Marco Cempini, Renaud Ronsse, Nicola Vitiello, *An oscillator-based smooth real-time estimate of gait phase for wearable robotics*
- [9] M. Whittle, *Gait Analysis: An Introduction*, third ed., Butterworth-Heinemann, Oxford Boston, 2002.