

Решение задачи о классификации формулы

Задание. Классифицировать формулу

$$\overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y$$

Решение. Используем известные теоремы:

Теорема (критерий тождественной истинности формул):

Для того, чтобы формула алгебры высказываний была тождественно истинной, необходимо и достаточно, чтобы в равносильной ей КНФ были тождественно истинны все элементарные дизъюнкции.

Теорема (критерий тождественной истинности элементарной дизъюнкции):

Для того, чтобы элементарная дизъюнкция была тождественно истинна, необходимо и достаточно, чтобы в ней существовала хотя бы для одной переменной пара - переменная и ее отрицание.

$$1) \overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y$$

Преобразуем данную формулу, используя законы де Моргана и формулу $a \rightarrow b = \overline{a} \vee b$. Получим:

$$\begin{aligned} F_1 &= \overline{(\overline{xy} \rightarrow x)} \vee y = \overline{(\overline{\overline{xy} \vee x})} \vee y = \overline{\overline{xy} \vee x} \vee y = \\ &= (\overline{\overline{xy}} \cdot \overline{\overline{x}}) \cdot (\overline{\overline{y}}) = (\overline{xy} \vee \overline{x}) \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{x} \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} \vee \overline{y} \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} = \\ &= \overline{x} \cdot \overline{y} \vee \overline{x} \cdot \overline{y} = \overline{x} \cdot \overline{y}. \end{aligned}$$

Полученная элементарная дизъюнкция $\overline{x} \cdot \overline{y}$ не содержит переменную и ее отрицание одновременно. Значит, она не тождественно истинна. Значит, не тождественно истинна исходная формула.

Формула нетривиально выполнима.