

教育部 104 學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：數學與藝術課程之研發與實作 II

主持人：李政憲

E-mail：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈺、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？ 是 否

2. 執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：

- (1) 北桃區林口國中跨校「玩每思，思完美」教師共備社群工作坊
- (2) 「面積切割與拼組」、「數學遊戲與藝術」、「桌遊中的數學 I」、「桌遊中的數學 II」、「數學魔術」、「GGB 進階研習 II」、「角盒與角錐數學實作探討」、「藝數方塊」、「串珠中的數學」及「數感沙龍」等外聘講座分享與諮詢
- (3) 新北市安溪國中、碧華國中「資優數學解題」及「GGB 進階研習 I」分享
- (4) 「藝數摺學」FB 社團「酸鹼指示/根號 n 螺線」暨「十二生肖翻摺六邊形」摺紙模型分享推廣；「新北市科學園遊會」一刀剪模型實作、台北科學日「十二生肖翻摺六邊形」模型實作、高雄科工館「藝數摺學—從摺紙看艾雪與鑲嵌作品」、台北科教館「藝數翻摺六邊形」課程暨模型實作
- (5) 中原大學 2016 第三屆創新數學教學國際研討會暨景美女中「藝數摺學—從碎形談起」實作工作坊、台北場 I、II、彰化場 I、II 暨台南場「摺紙中的數學藝術—國高中教師摺紙工作坊」、屏東市中正國中「摺紙藝術與數學 I、II」、新北市鶯江中「藝數摺學—從摺出無理數談起」、嘉義市輔導團「有效教學策略應用」、台南市北門高中「摺紙藝術與數學—談摺紙於數學的應用」、新北市科學園遊會「藝數摺學—從一刀摺剪談對稱」、新北市永和國中「藝數摺學—從摺紙看數學實作與延伸課程」、金門縣金湖國中「藝數摺學—從神算四面體與奇異骰子談代數運算」、嘉義國中「藝數摺學—從平面到立體談摺紙中學數學」、台中僑泰高中「從勾股收納盒到翻摺多角盒」、台北

市景興國中、新北市泰山國中、桃園市平鎮國中、平南國中、雲林縣虎尾國中、南投縣普台中學暨宜蘭縣壯圍國中「平行/相似應用於摺紙~平行星動到百轉千摺」、台北市金甌女中「摺紙中的數學藝術」、台北市中崙高中「從勾股定理到立體圖形」、台北市中山國中「平行摺紙與勾股定理」、桃園高中暨嘉義大學師培中心「從一刀剪摺紙談對稱」、雲林縣虎尾國中「摺紙應用於評量教學—從對稱談起」、台北復興實驗中學「摺紙數學與教學應用」、台中市崇倫國中暨桃園永豐高中「平行星動與立方體切割」、彰化和美高中「藝數摺學：從勾股定理談起」、師大數學系「從根號 n 螺線談數學」、台北大學師培中心「從貝殼螺線到根號 n 螺線」課程分享與實作；桃園市中興國中「奇異骰子到神算四面體」、新北市裕德高中「從勾股收納盒到翻摺多角盒」、基隆女中暨南投普台中學「藝數翻摺六邊形」、石門國中「數學魔術」、「摺出無理數 I、II」、「從勾股收納盒到藝數翻摺多角盒」、「從桌遊中談數學」、「藝數翻摺六邊形」、「數學動態幾何軟體初探」暨「平行摺紙到百轉千摺」等課程實作；新北市麗林國小「圓形拼組正多面體」、「藝數翻摺六邊形」、「紙摺七巧板」暨「紙摺三角形」等課程實作；林口國中「數理學報」發行。

- 4.辦理活動或研習會對象：國教暨新北市數學輔導團與台北市、新北市、桃園縣、基隆市、金門縣、宜蘭縣、南投縣、雲林縣、彰化縣、高雄市、台中市、嘉義縣、屏東市等國高中小教師與學生
- 5.參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 8 至 60 人，共舉辦十場研習，並對校內外教學、發表與分享逾四十場。
- 6.參加執行計畫人數：8~11 人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群團隊）
- 7.辦理/執行成效：本計畫辦理跨校「玩每思，思完美」工作坊，於去年度榮獲新北市教學卓越團隊特優，並於新北市林口、安溪與碧華國中與桃園山腳國中等學校進行逾二十次的課程交流（圖 1 至圖 4），並陸續於研討會與各縣市國高中小進行發表與課程分享（圖 5 至圖 8），且指導學生「哆寶-桌上遊戲數學分析」科展作品獲得林口區特優（圖 9），此外也撰寫「從『摺紙算勾股』談數學素養」文章投稿科教月刊，並於新北市輔導團與師大數學教育中心合辦的數學奠基活動設計了「混搭正方形」、「邊邊角角找相似」、「索碼立體連方與視圖」等課程（圖 10 至 12）。目前所完成的「鑲嵌圖形（藝數摺學）」、「立體幾何（立體摺學）」、「平面造型」與「山水碎形」等課程，多數已於基隆市、台北市、新北市、桃園縣等縣市資優及普通班課程或營隊活動進行實作（圖 13 至圖 20）。透過今年度眾多教授的諮詢與多方面的專家

互動，使得所呈現的教材更多樣化（圖 21 至圖 28）。藉由本計畫的規劃整理、社團的成立與社群的推動，相信已使數學與藝術的結合更為密切，也使得更多有意延伸補充的老師便利與受益，學生將有更多不一樣的收穫與感動。

二、計畫目的

當今的數學教育，強調從做中學，培養學生帶的走的能力，有些老師更是具有讓學生「動手玩數學」的教學理念（曾志華，1995）。如今教數學不一定只教會學生算出正確的答案，更重要的是幫助學生理解如何思考及解決數學問題（黃敏晃，1996）。人類天性好玩，教師如果能善用此種天性，把教學和遊戲加以結合，必能使學生更喜愛上學（饒見維，1996）。近年來數學與藝術的結合比比皆是，去年度荷蘭藝術家 Escher 作品至台灣故宮展出，引起廣大的迴響，並且使得許多研究數學與藝術的教學者，有了共同對話的機會；另外交通大學的陳明璋教授，發展 AMA 外掛程式集結合於一般人常用的 PowerPoint 軟體中，可以迅速繪製包絡線、碎形與山水等圖形，使數學以藝術呈現的門檻得以降低，並且讓學生們更加理解其數學結構，在十二年國教因應數位時代並且鼓勵學生動手做的前提下，不啻是個極佳的演示與操作工具。而在台大連辦三年的「數學藝術工作坊」介紹許多鑲嵌藝術、創意碎形、遊戲與數學等主題，讓不少教學現場的數學老師看到數學與藝術結合的可能性，而從去年到今年分別於高雄科工館、台北科博館以及嘉義大學辦理的「超越無限」數學特展，更是吸引了不少教學者與學生們趨之若鶩，具體觀賞並實際操作數學應用於藝術上的方式。

然而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。筆者於交通大學在職專班跟隨陳明璋教授學習 AMA（Activate Mind Attention）軟體，一直持續產出數位教材融入數學課堂中，並與現場教師及班級學生有著密切的互動，頗得師生好評；由於 AMA 軟體將傳統的 PowerPoint 可以轉化程式邏輯為操作程序的環境，並具備模糊操

作、準確定位與掌握大量訊息的特性，因此除了在教學上讓學生可程序式學習，也可讓學生在呈現歷程中充滿驚喜，感受特別而無法預測之美，使其作品同時具備美學質感與數學結構；進一步希望能培養學生將看到美的感覺寫出，以開啟數學與藝術的另一扇窗。本計畫從去年度起陸續執行完畢了「立體幾何」、「鑲嵌圖形」、「平面造型」與「山水碎形」等課程暨相關模型，實作後經學生與老師反應堪稱良好，底下會分別羅列所設計完成與實際推動的課程。

經與本校美術與自然教師分享相關數學概念與摺紙模型（圖 29、30），這兩年本校美術老師分別於課堂中進行「艾雪的鑲嵌藝術」與「禪繞畫與對稱」的教學與作品設計，讓學生從美術課看到數學的結構性（圖 31、32）；而與師大化學系姚清發教授共同研發的「酸鹼指示/根號 n 螺線」模型，目前更推動至二十餘所學校實作，讓教師與學生們看到數學跟自然結合的實例（圖 33、34）；而山腳國中的「藝數社群」教師，從去年起更將數學課與美術課結合，陸續發展「畢氏樹數學原理與作品設計」與「正多面體鑲嵌設計」（圖 35、36），讓學生獲益良多。故本計畫的目的在以數學為基礎，與他校社群並且跨領域結合，透過摺紙作品為媒介，發展更多可以應用於課堂上的「藝數」課程，期盼激盪更多創意，使教師操作容易，學生在數學鑑賞及藝術設計上的能力得以提昇。

三、研究方法

為使學生研究與學習時更方便討論，進一步延伸學習，本計畫特別選定一般常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集進行教學設計與示範演練，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，並透過學習單回饋與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。

本計畫除了於計畫內新北市林口國中、安溪國中與碧華國中，桃園縣石門國中與山腳國中等學校，分別針對普通班及資優班學生，每次各約 20 至 40 位學生分別進行課程教學；今年度更透過「藝數摺學」社群的成立，搭配國中進度分享相關摺紙實作課程，相關研習或活動資訊近百件，送出摺紙模型提供實作與教學逾千件。透過專家諮詢與社群討論，

從去年起已針對「立體幾何」、「鑲嵌圖形」、「平面造型」與「山水碎形」等課程，設計學習單與摺紙模型，以利相關數學知識的理解，針對主要內容分別於不同時段進行2~6節，視學生反應與社群互動後作課程調整，視情況再進行部份延伸課程，以下針對課程內容、延伸課程、設計模型、評量方式暨本年度的推廣狀況分別進行說明：

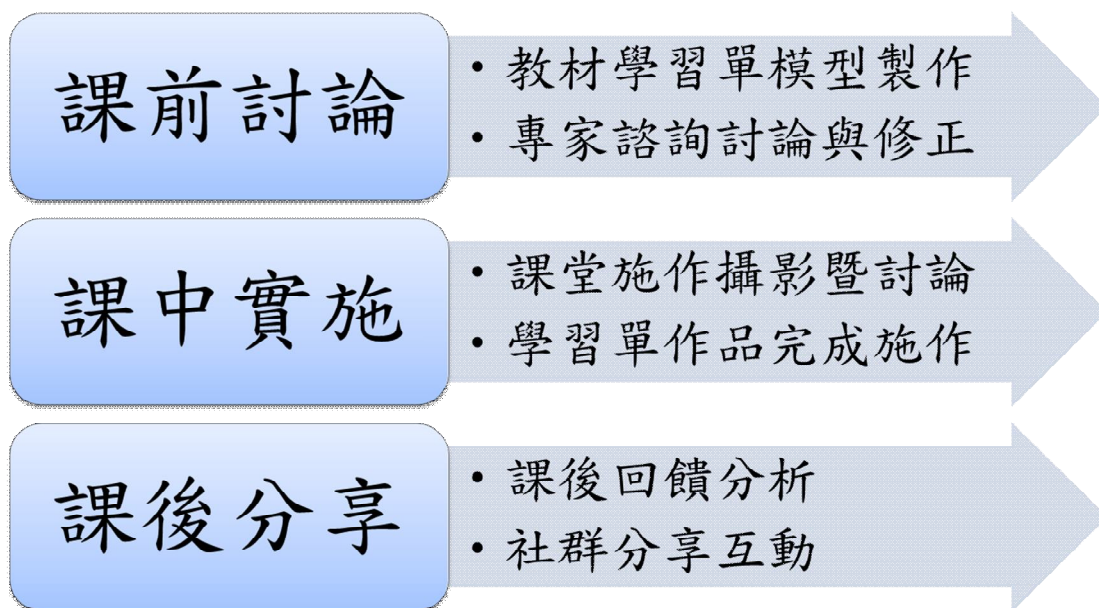
課程	課程主題	上課內容設計	進階延伸課程	設計模型	評量方式 (實作作品)	推廣地點
1	平面造型	多邊形與多角星剪紙 從萬花尺到多角星 摺出根號n 摺紙談黃金白銀比 平行星動 紙摺七巧板	一刀剪平面圖形數學 概念討論 一刀剪平面圖形設計 實作 立體八角星製作暨數學討論 立體根號n螺線製作 與數學討論	一刀剪摺紙模型 A4 紙摺十二面體模型	課間學習單 萬花尺作品 多角星作品 一刀剪圖形模型設計 十二面體 平行八角星	師範大學 台北大學 嘉義大學 北門高中 宜蘭高商 桃園高中 和美高中 慈濟中學 永豐高中 林口國中 石門國中 鶯江國中 永和國中 嘉義國中 虎尾國中 內湖國中 中正國中 景興國中 平鎮國中 平南國中 虎尾國中 普台中學 壯圍國中 復興中學 青溪國中 泰山國中 中山國中 銘傳國中 麗林國小 新北科學

					園遊會 台北科學 日	
2	山水 碎形	摺出拋物線 碎形數學結構與實作 百轉千摺 貝殼螺線 波浪螺線	碎形數學概念延伸討論 貝殼螺線談等比級數 三等份摺紙 黃金矩形/六邊形百 轉千摺製作 波浪螺線收斂點暨分 割不動點討論	鑲嵌貝殼螺 線 正六面體光 點模型 波浪螺線(設 計中)	課間學習單 碎形(包絡 線)圖形設計 百轉千摺作 品 貝殼螺線作 品 波浪螺線作 品	中原大學 景美女中 林口國中 內湖國中 石門國中 虎尾國中 中正國中 景興國中 平鎮國中 平南國中 虎尾國中 青溪國中 泰山國中 普台中學 壯圍國中
3	圖形 鑲嵌	磁磚密鋪數學結構 藝數翻摺六邊形 藝數翻摺四邊形	十七種數學對稱結構 Escher 作品電腦實作 延伸翻摺六邊形數學 翻摺結構討論 翻摺四邊形分類暨翻 摺方式探討	蜥蜴翻摺六 邊形 藝數翻摺六 邊形 十二生肖翻 摺六邊形暨 明信片 藝數鑲嵌四 邊形 一刀剪鑲嵌 四邊形 無限系列鑲 嵌四邊形	課間學習單 手繪 Escher 作品 電腦自製 Escher 作品 翻摺六邊形 作品 翻摺四邊形 作品	宜蘭高商 基隆女中 普台中學 林口國中 石門國中 內湖國中 中正國中 麗林國小 西湖國小 康橋國中 小 高雄科工 館 台北科教 館
4	立體 圖形	藝數切割四面體 正六面體切割到人生 多面體 酸鹼指示/根號 n 螺線 藝數翻摺多角盒	多面體數學概念介紹 自製切割六面體 自製翻摺多角盒 勾股收納套(盒)延 伸數學問題	藝數正四面 體 藝數正八面 體 切割正六面	課間學習單 四面體摺紙 作品 八面體摺紙 作品	台北大學 北門高中 僑泰高中 中崙高中 和美高中

勾股收納套到勾股收 納盒 奇異骰子到神算四面 體 串珠中的數學	串珠實作多面體	體 藝數翻摺多 角盒	切割六面體 摺紙作品 翻摺多角盒 作品 串珠多面體	慈濟中學 永豐高中 裕德中學 林口國中 石門國中 內湖國中 中正國中 嘉義國中 碧華國中 復興中學 中興國中 國姓國中
---	---------	------------------	---------------------------------------	--

至於選擇這四類課程進行施作分析的原因，除了因這四個課程配合前五年筆者的科教專案計畫已蒐集部份資料並設計相關教材，今年度對其不完整處進行補強，針對普通班或資優班學生，進行教學或討論，並依實施後結果，再進行教材修正與調整，以確定其實用性；而這些單元恰是教師與學生們，透過藝術來認識數學的最佳入門方式，透過筆者的教材與相關學習單設計，以及延伸思考題、摺紙作品設計等，使得有意使用的教師更方便上手，學生們更容易理解。

此外，相關課程並透過下列研究步驟進行設計與修正：



(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。

至於其授課方式，則多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原計畫的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提供相關模型材料以利施作討論。而透過新北市與桃園縣輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度教材推廣及模型發放製作課程；透過研習舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；而透過網頁分享、整理與交流，也使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。

四、研究成果

針對此次計畫，筆者已完成的工作與達到的成果有八：

1. 研發並製作「數學藝術」相關模型，並藉由與數學老師及藝術老師分享施作狀況、心得：目前已經陸續完成「酸鹼指示/根號 n 螺線」、「鑲嵌貝殼螺線」、「藝數翻摺多邊形」、「藝數翻摺多角盒」、「正四面體鑲

嵌」、「正八面體鑲嵌」、「蜥蜴翻摺六邊形」、「藝數翻摺六邊形」、「十二生肖翻摺六邊形」、「一刀剪」、「十二面體拼組」與「奇異骰子」等與課程相關的模型，並將相關模型陸續於本校藝術領域、自然領域、數學領域分享，並藉由數學輔導團到校訪視、分區輔導與研討會參與等方式作推廣。

2. 成立共備社群，討論相關課程：除了跨縣市、跨校性成立「玩每思，思完美」社群，邀請專家學者到校諮詢，並且討論摺紙、桌遊、魔術與串珠相關實作課程，更配合「摺紙玩數學」一書的出版，於社團發起了線上共備的對話群組，目前已陸續設計了相關教材，並透過教師自願性的參與，完成前三章的共備筆記整理，提供更多有興趣進行實作的朋友們參考。
3. 將「數學藝術」數位教材與相關模型，於課堂、輔導課、社團、營隊或資優班施作：目前已陸續將「平面造型」、「圖形鑲嵌」、「山水碎形」與「立體圖形」等課程，於本校資優班、普通班與社團，桃園縣石門國中、台北市內湖國中、台中市大業國中、新北市中平國中、基隆市銘傳國中、台南市慈濟中學、南投縣普台中學、台北科學日、新北市裕德中學、基隆女中、新北市麗林國小、台北市西湖國小、新北市科學園遊會、高雄科工館、台北科教館等班級、營隊或工作坊，以及新北市「小實驗大學問」課程分別進行完整或部份課程的實作；並且於中原大學辦理之 2016 第三屆創新數學教學國際研討會，進行「藝數摺學—從碎形談起」工作坊的實作。
4. 建置一個資源分享的線上空間，整合相關成果：上述針對學生教學或教師所分享的課程內容，已放置於本校數學科「林中生命藝數殿堂」網站；並接受親子天下邀約，陸續於「翻轉教育」網站發表分享相關課程施作心得（備註 1）。而為了讓更多人了解摺紙教學要如何應用於數學教學上，已於去年八月份於成立了「藝數摺學」網站，配合進度將相關資源上傳，提供實體模型或電子檔供教師列印教學，已獲不少好評，目前參加社團累積人數逾 1400 人。

5. 透過研討會的參與、各校邀約分享與社團的建置，將相關成果推廣：除了於中原大學 2016 第三屆創新數學教學國際研討會辦理的「藝數摺學－從碎形談起」實作工作坊，更是於基隆、台北、新北、宜蘭、桃園、彰化、台中、南投、雲林、嘉義、台南、高雄、屏東與金門等縣市，陸續接受邀約，分享相關課程施作與成果。值得一提的是，除了計畫主持人所分享的學校，協同主持人、研究助理日前分別受邀，於東吳大學師資培育中心、宜蘭壯圍國中、桃園永豐高中、青埔國中、平鎮國中與同德國中，以及南投國姓國中等地進行分享。而透過「藝數摺學」社團成立，已陸續於基隆銘傳國中、新北永和國中與中平國中、台北內湖國中、桃園中興國中、宜蘭高商、台中東山高中、台南慈濟高中與文賢國中、高雄鳳山高中與阿蓮國中等學校，由校內老師自主實作推廣，可謂遍地開花，成果豐碩。
6. 聘請專家學者到社群，進行研討諮詢：本學年配合了新北市專業教師社群申請，已陸續邀請師大許志農教授分享「數學遊戲與鑲嵌圖形」；台北大學李俊儀教授分享「教學訊息設計於數學教學的應用」；台北科技大學李家祥教授「藝數角盒與角錐製作」實作；台大金必耀教授分享「串珠與數學」主題課程；長庚大學賴以威教授分享「談數感」主題；江翠國中陳彩鳳老師分享「幾何圖形的切割與拼貼」課程；小驢駒創意工作室劉力君老師分享「數學遊戲課程設計」，以及科教館莊惟棟老師分享「數學魔術之課堂應用」。
7. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況：目前四大主題多數已配合課程設計學生學習單、回饋單與摺紙模型，並且陸續已針對學生施作，進一步再根據學生回饋與施作教師建議作內容的修正。
8. 指導學生研究並發表教案，投稿心得與作品：今年度除了將去年推動摺紙數學並進行投稿甄選的歷程，書寫了「從『摺紙算勾股』談數學素養」文章，投稿科教月刊（如附件一），而今年度與社群老師共同開發的「魔術磨數－一元一次方程式」教案（如附件二），已分別於

本校普通班與中興國中資優班假日充實課程實作，並投稿十二年國民基本教育國中教師有效教學深耕推廣計畫入選。此外也指導學生結合桌遊課程，完成了「哆寶-桌上遊戲數學分析」科展作品，參與林口區科展榮獲特優（如附件三）；而承蒙中央輔導團林福來教授所指導的奠基活動「混搭正方形」、「連方看視圖」與「索碼看視圖」等課程，也獲得高度肯定，陸續修改接受中（如附件四～六）；本年度更是與社群老師，將去年度獲選教育部有效教學教案深耕推廣計畫特優的「平行摺紙」教案修正與補充，與廠商合作出版了「平行星動到百轉千摺」教具包（如附件七），讓每一位數學老師們都可以協助推廣此課程。

至於本計畫目前相關工作已配合時程表完成如下，整體完成約 95%，部份工作因為社團的成立，甚至還比預期的效益為大（如課程教材施作、到校分享與網頁交流等）；申請的經費十六萬元，目前經費核銷已近九成，與執行進度相去不大。

數學與藝術課程之研發與實作 II	109年 8月	109年 9月	109年 10月	109年 11月	109年 12月	109年 1月	109年 2月	109年 3月	109年 4月	109年 5月	109年 6月	109年 7月
(一)相關資料蒐集												
(二)互動簡報製作												
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習												
(四)摺紙教材學習單設計												
(五)摺紙模型設計製作印刷												
(六)課程教材施作												
(七)輔導團團內或到校分享												
(八)網頁交流互動												

五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

1. 資料取得與整合不易：由於目前國內對於數學與藝術研究的教材並不

普遍且缺乏整合，故相關資訊無法有效整理，茲以底下方式進行調整：

- (1) 藉由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；如本學期所辦理的「串珠與數學進階課程」，邀請台大化學系的金必耀教授分享串珠中的數學，根據其原理進行實作。另外台北科技大學李家祥教授分享的「角盒與角錐數學實作探討」，更建立在原有的角盒基礎上，進行更複雜的角盒與角錐製作與數學應用。
 - (2) 藉由社群教師分工合作，整理教材或團隊參與競賽以進行推廣，如目前已陸續整理完成江翠國中陳彩鳳老師「幾花的葵花寶典」、「魔術磨數」等教材並進行實作；以及接下來準備進行的「三角函數」影片觀摩學習共備。
2. 實作課程施行對象不夠全面，部份課程無法配合計畫實施：雖開學已於期初預排定相關課程於各校普通班與資優班課內或外加課程實施，仍因學生實作進度與學校行事略作調整，且部份課程因受升學考試與課程進度無法實施，故擬定相關配套措施如下：
- (1) 普通班安排於部份數學課或輔導課施作，或與美術老師合作授課，資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可於討論完畢後進行發表；
 - (2) 利用社團課或營隊方式實施，如「翻滾吧！方塊」與「藝數翻摺六邊形」課程即利用營隊方式進行課程設計、討論與施作；
 - (3) 切割分組/個別實作與討論課程分別實施，如「平行星動」便針對普通班進行分組實作與部份問題討論，資優班進行個別實作與討論課程；
 - (4) 藉由去年度校內即開始發行的「數理學報」，將相關課程教材藉由平面文字的敘述，得以讓更多學生理解，如「紙摺七巧板」、「摺出拋物線」、「談碎形」、「等腰三角形貝殼螺線」等主題，均是數學與藝術結合的課程內容，並可配合實作讓學生們更有感覺。
 - (5) 挑選部份內容，安排於九年級會考結束後辦理「畢業週」與「數學週」活動，讓學生透過實作學習數學，延續去年度紙摺星狀多面體

課程，今年度畢業週又進行了串珠多面體的課程，並且於數學週時設計了「小小兵」、「硬幣翻翻翻」、「向左轉向右轉」等關卡，以及結合 APP 數位融入的「等分面積」活動；

3. 部份學生無法同步操作與學習，對於數學與藝術的結合性理解度不足；由於部份課程的難度較高、操作不易，調整相關施作方式如下：

- (1) 發展摺紙模型步驟化操作，例如「貝殼螺線」、「切割正六面體」、「四面體切割」、「翻摺多角盒」、「神算四面體」、「奇異骰子」、「藝數翻摺四邊形」與「藝數翻摺六邊形」等課程，均已設計為將相關摺線印製於模型上，以便學生進行操作，並與學生討論相關摺線的繪製方式。
- (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
- (3) 使用網際網路預錄對照學習，如「摺出立體根號 n 螺線」與「翻摺四邊形」、「翻摺六邊形」、「翻摺多角盒」與「四面體切割」等課程均已透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
- (4) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可自行透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證，普通班學生則由教師示範，或是製作步驟化的檔案供學生觀察；
- (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業，增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；本年度「GGB 進階課程」與「藝數翻摺六邊形」課程更結合普通班與資優班資源讓學生合作，共同完成作業與學習單。
- (6) 「鑲嵌課程」難度較高的對稱結構施作於資優班專題課程，普通班僅操作「藝數翻摺多邊形」，透過摺紙模型與動畫展示，認識基本的正方形、正三角形與正六邊形對稱結構；

4. 學生反應不如預期；部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：

- (1) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體，如「藝數翻摺六邊形」與「翻摺

四邊形」課程安排於資優班期末或個別指導發表研究結果；而本校自然科學研究社的「巧拼連方塊」與「一刀剪摺紙」課程討論，也能兼顧設計感與數學性；

- (2) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高，如去年度結合普通班圓形性質所設計的「小黑的故事」繪本設計，可看到學生具巧思的結果；
 - (3) 透過「數學萬花筒」徵題、辦理校內數學週與數學競試活動等方式，提昇學生興趣，並鼓勵有能力的學生多參與；
5. 部份社群老師排課不易，流動度高：自 100 年迄今共累積逾二十位有意願參與的老師參與社群，然因部份教師跨時段排課與資優班鎖課，目前固定參與老師約六至八人，且部份教師因課務無法全程參與；因此於去學年起，社群活動固定於週五下午，設計以一節課為單元，且減少跨校性活動，以使更多教師可以共同參與，設計教材、進行教案投稿與徵題競賽；

藉由上述遭遇困難的解決之道，除了讓藝術課程融入數學教學，更能讓學生從實作中得到啟發，從討論中發現結果，從發表中提昇成就，從作品中建立美感；自己也願意投入更多時間與心力，致力發展更多元的數學藝術實作課程。本計畫於今年度結案，來年將針對實作中的數學進行申請，若有幸獲准，也將繼續本年度的研究，延續至其他單元與進行方式，期待在未來的執行更為順遂，裨益更多老師學生，能透過數位化彈性簡報整理與摺紙等媒介，理解藝術與數學的關聯性，進而欣賞並且愛上數學。相信藉由此專案的實施，已經給更多的老師與學生們，提供一套完整有系統的教材，藉由網路、社群平台或直接分享等方式，讓更多師生從藝術中發現數學的美。

備註 1：本校數學科網站《林中生命藝數殿堂》：

<http://163.20.9.7/dyna/menu/index.php?account=math>

親子天下「翻轉教育」網站：

<http://flipedu.parenting.com.tw/>

備註 2：摺紙數學與藝術發表相關文章：

1. 《「摺紙融入數學」促進學生思考的實驗心得》，99 年上學期《促進學生主動思考》工作坊成果
2. 《「摺紙中學數學」之紅包花花》，科學教育月刊 337 期（並轉載於 HPM 通訊十四卷第十一期第四版）
3. 《「摺紙中學數學」之名片試金石》，科學教育月刊 345 期
4. 《「摺紙中學數學」社群經營與專業成長》，99 學年度數學領域輔導團永續經營論文集—分享與傳承
5. 《摺紙學勾股定理》，新北市 100 年度國中數學學習領域新教案甄選第二名
6. 《「摺紙中學數學」教學心得——從「勾股定理」證明談起》，發表於 100 學年度「數學領域輔導團永續經營 II」研討會
7. 《摺出黃金/白銀比》教案，康軒出版社「財源滾滾包」教具包
8. 《「摺紙中學數學」之社團指導篇》，HPM 通訊十六卷第二、三期合刊第十版
9. 新北市教育電子報 117 期「談摺紙融入乘法公式教學」
10. 《摺出無理數》教案，康軒出版社「摺其所好」教具包
11. 教育部《國中數學原型教材》C 冊 1-1、1-3 部份內容
12. 《淺談實作評量——從摺紙中學習數學》，科學教育月刊 367 期
13. 《長方體被平面截出三角錐各面面積間的平方關係》，科學教育月刊 369 期
14. 《從摺紙學數學—從有理數到畢氏數》，科學研習月刊 54-4 期
15. 《摺出無理數（一）》，科學教育月刊 378-379 期
16. 《從『摺紙算勾股』談數學素養》，投稿科學教育月刊，修改再審中。
17. 《平行摺紙》教案，翰林出版社「平行星動到百轉千摺」教具包



圖 1 資優社群期初會議



圖 2 林口國中期初校長致詞



圖 3 安溪國中課程分享



圖 4 山腳國中桌遊研習



圖 5 平鎮國中輔導團到校訪視



圖 6 鳳山高中平行星動課程推廣



圖 7 史博館教師研習



圖 8 師大數學系摺出無理數分享



圖 9 學生科展作品特優



圖 10 數學奠基模組分享



圖 11 數學奠基模組試教



圖 12 數學奠基模型試作



圖 13 基隆女中數學營課程



圖 14 台北科教館摺紙工作坊



圖 15 科學園遊會闖關活動



圖 16 林口國中巧拼連方塊課程



圖 17 內湖國中黃金白銀比課程



圖 18 麗林國小巧板課程

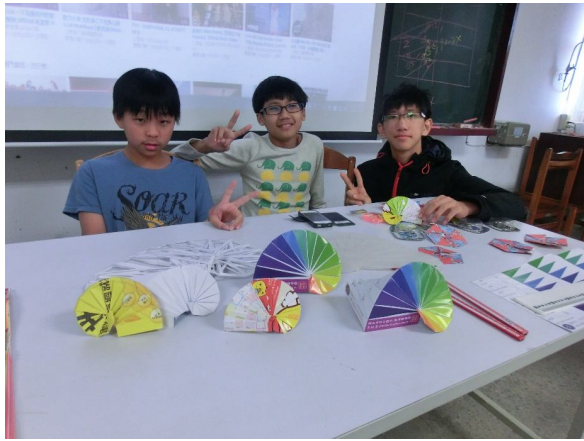


圖 19 石門國中摺出根號 n 課程



圖 20 台北科學日翻摺六邊形教學



圖 21 上海常文武博士立體幾何諮詢



圖 22 許志農教授數學遊戲諮詢

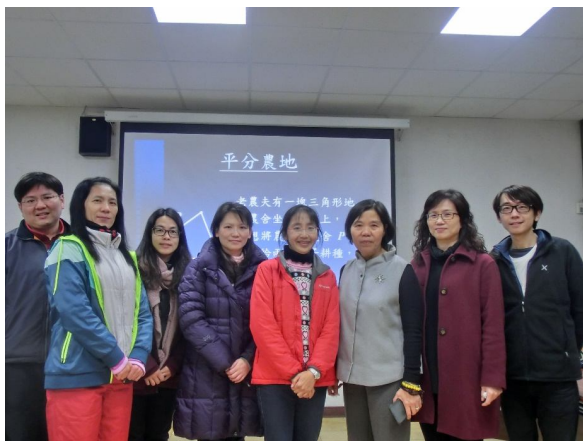


圖 23 陳彩鳳老師資優數學諮詢



圖 24 彭良禎老師摺紙數學諮詢

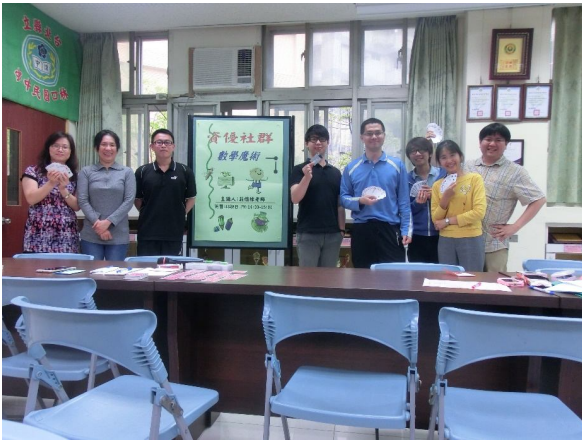


圖 25 莊惟棟老師數學魔術諮詢



圖 26 李俊儀教授教學內功心法諮詢



圖 27 金必耀教授串珠與數學諮詢



圖 28 李家祥教授摺紙分享



圖 29 林口國中藝文領域課程分享



圖 30 林口國中自然領域課程分享



圖 31 學生鑲嵌作品展示



圖 32 學生美術課數學禪繞作品



圖 33 師大化學系根號 n 螺線課程



圖 34 慈濟高中根號 n 螺線推廣



圖 35 山腳國中學生畢氏樹碎形作品

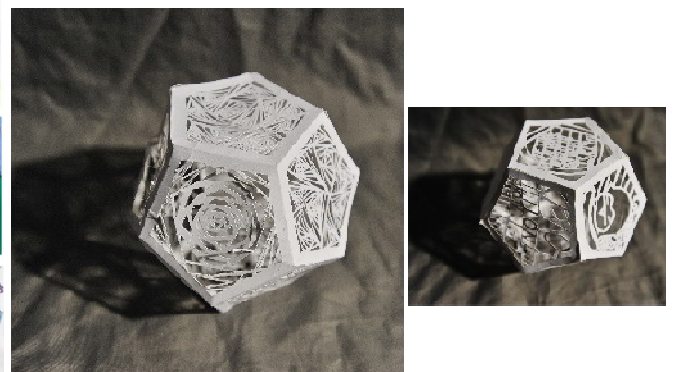


圖 36 學生正多面體鑲嵌設計作品