بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

ریاضی

7

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

یونٹ 1

سیٹ (Sets)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1. سیٹ کا تصور اور ان کے ارکان
2. خالی سیٹ
3. سیٹ کو بیانیہ اور اندراجی طریقے سے لکھنا
4. دو سیٹوں کا یونین معلوم کرنا
5. دو سیٹوں کا تقاطع معلوم کرنا
6. سیٹوں پر یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کرنا

1.1 سیٹوں کا تصور اور ان کے نام

(Concept of Sets and their Names)

روزمرہ زندگی میں اکثر ہم اشیا کے اجتماع کے متعلق باتیں کرتے ہیں۔ مثلاً عثمان بازار سے ساتویں جماعت کی کتابوں کا سیٹ خرید کر لایا۔ عائشہ بازار سے کھانے کے برتنوں کا ایک سیٹ خرید کر لائی۔ اس طرح ہم اکثر روزمرہ زندگی میں لفظ سیٹ اشیا کے اجتماع کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ سیٹ لفظ چیزوں کے اجتماع یا اکٹھ کو ظاہر کرتا ہے۔

ریاضی کے اس تصور کو انیسویں صدی میں ایک ریاضی دان جارج کینٹر (George Cantor) نے پیش کیا۔ یہ تصور ریاضی کی مختلف شاخوں میں باہمی تعلق پیدا کرنے میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ ریاضی کا یہ تصور اعلیٰ درجے پر پڑھائی جانے والی ریاضی میں نمایاں مقام کا حامل ہے۔

آیئے مندرجہ ذیل فقروں پر غور کرتے ہیں:

1. پاکستان کی کرکٹ ٹیم
2. پاکستان کے صوبوں کا سیٹ
3. ہفتے کے دنوں کے نام
4. ساتویں میں پہلی تین پوزیشن حاصل کرنے والے لڑکوں کا گروپ
5. اسلامی مہینوں کے ناموں کا سیٹ
6. صوبوں کے دارالخلافوں کا سیٹ

روزمرہ زندگی میں ہم مختلف الفاظ ریوڑ، غول، جھنڈ، گروہ، ٹیم، گروپ، جماعت اور قطار وغیرہ کو متعلقہ اشیا کے اجتماع کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ ریاضی میں ان الفاظ کو ایک لفظ ''سیٹ'' سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

اوپر دیئے گئے فقرے سیٹوں کی مثالیں ہیں۔ اسی طرح ماحول میں موجود اشیا کے سیٹ لکھے جا سکتے ہیں مثلاً ساتویں جماعت کی کتابوں کا سیٹ، ساتویں جماعت کی کاپیوں کا سیٹ، مختلف رنگ کی

پنسلوں کا سیٹ، بستے میں موجود اشیا کا سیٹ، کمرہ جماعت میں موجود اشیا کا سیٹ، ساتویں جماعت کے طلبا کا سیٹ، سال کے عیسوی مہینوں کا سیٹ وغیرہ۔

اس کے علاوہ ہم مختلف اعداد کے سیٹ بھی استعمال کرتے ہیں مثلاً:

1. پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ
2. 12 سے چھوٹے مکمل اعداد کا سیٹ
3. 9 اور 33 کے درمیان مفرد اعداد کا سیٹ
4. پہلے دس مرکب اعداد کا سیٹ
5. پہلے دس جفت اعداد کا سیٹ
6. انگریزی کے حروف تہجی کا سیٹ وغیرہ

پس

ریاضی میں واضح مختلف اشیا یا اعداد یا علامات کے اجتماع یا اکٹھ کو سیٹ کہتے ہیں۔

سرگرمی

استاد طلبا سے اُوپر دی گئی مثالوں کے علاوہ ماحول میں موجود اشیا سے متعلق سیٹ کی پانچ پانچ مثالیں لکھوائیں۔

سیٹوں کو ظاہر کرنے کے لیے انگریزی کے بڑے حروف تہجی A,B,C,...X,Y,Z کو استعمال کرتے ہیں اس طرح A,B,C,D وغیرہ سیٹوں کے نام رکھے جاتے ہیں مثلاً

(i) ساتویں جماعت کے بچوں کے ناموں کا سیٹ = A
(ii) ساتویں جماعت کی کتابوں کا سیٹ = B
(iii) پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ = C
(iv) قومی ہاکی ٹیم کے کھلاڑیوں کا سیٹ = D

وغیرہ۔

1.2 سیٹ کے ارکان (Elements of a Set)

جن اشیا پر سیٹ مشتمل ہوتا ہے وہ اشیا سیٹ کے ارکان یا ممبران کہلاتے ہیں۔ سیٹ میں موجود ہر شے سیٹ کا رکن ہے۔ مثلاً

(i) اگر

پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ = A

ہو تو 1، 2، 3، 4 اور 5 سیٹ A کے ارکان ہیں۔

(ii) اگر

بستے میں موجود تمام اشیا کا سیٹ = F

ہو تو بستے میں موجود تمام اشیا سیٹ F کے ارکان ہیں۔

(iii) اگر

پہلے پانچ مفرد اعداد کا سیٹ = H

ہو تو سیٹ H کے ارکان 2، 3، 5، 7 اور 11 ہوں گے جو کہ مفرد اعداد ہیں۔

(iv) اگر

تمام صحیح اعداد کا سیٹ = Z

اس میں تمام صحیح اعداد سیٹ Z کے ارکان ہیں۔

سرگرمی

اگر

پہلے 5 مثبت جفت اعداد کا سیٹ = E

ہو تو سیٹ E کے تمام ارکان لکھیں۔

اگر

پہلے 5 مثبت طاق اعداد کا سیٹ = O

ہو تو سیٹ O کے تمام ارکان لکھیں۔

یاد رکھیے:

سیٹ کے ارکان کو عام طور پر انگریزی کے چھوٹے حروف تہجی a, b, c, ..., x, y, z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

اگر a کسی سیٹ A کا رکن ہو تو اسے $a \in A$ لکھتے ہیں اور اسے 'a سیٹ A کا رکن ہے' پڑھتے ہیں۔

سیٹ کے رُکن ہونے کی علامت کو $\in$ سے ظاہر کرتے ہیں جو کہ ایک یونانی حرف ہے جبکہ رکن نہ ہونے کی علامت $\notin$ ہے۔ مثلاً

(i) "7 رکن ہے سیٹ H کا" کو علامتی طور پر اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔

$$7 \in H$$

(ii) ''6 رکن ہے سیٹ S کا'' کو علامتی طور پر اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔

$$6 \in S$$

(iii) ''5 رکن ہے سیٹ A کا'' کو علامتی طور پر اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔

$$5 \in A$$

اور اگر عدد 3 سیٹ S کا رکن نہ ہو تو اسے $3 \notin S$ لکھتے ہیں اور اسے '3 سیٹ S کا رکن نہیں ہے' پڑھتے ہیں۔

اسی طرح رکن نہ ہونے کے لیے علامت'' $\notin$ '' استعمال کرتے ہیں مثلاً

(i) ''3 رکن نہیں ہے سیٹ S کا'' کو علامتی طور پر اس طرح لکھتے ہیں۔

$$3 \notin S$$

(ii) ''0 رکن نہیں ہے سیٹ M کا'' کو علامتی طور پر اس طرح لکھتے ہیں۔

$$0 \notin M$$

(iii) ''3 رکن نہیں ہے سیٹ X کا'' کو علامتی طور پر اس طرح لکھتے ہیں۔

$3 \notin X$ وغیرہ۔

سرگرمی

استاد تختہ سیاہ پر ''رکن ہے'' اور ''رکن نہیں ہے'' کی مثالیں لکھے اور طلبا کو اپنی کاپی پر ان مثالوں کو علامت استعمال کرتے ہوئے لکھنے کے لیے کہے۔

1.3 خالی سیٹ (Null Set)

خالی سیٹ ایسا سیٹ ہوتا ہے جس کا کوئی رکن نہ ہو۔ مثال کے طور پر ساتویں جماعت کے ایسے بچوں کا سیٹ جن کا قد 8 فٹ یا اس سے بھی زیادہ ہو۔ بتایئے کتنے طلبا ہیں؟ یقیناً کوئی نہیں۔ ایسے سیٹ کو خالی سیٹ کہتے ہیں۔ خالی سیٹ کو ظاہر کرنے کے لیے علامت Φ یا { } استعمال کی جاتی ہے۔ جسے ہم فائی پڑھتے ہیں۔

مثال 1: ساتویں جماعت کے طلبا میں سے کسی نے بھی 100 فیصد نمبر نہیں لئے۔ اس طرح ایسے تمام طلبا کا سیٹ جنھوں نے 100 فیصد نمبر لئے ہوں خالی سیٹ ہوگا۔

مثال 2: 2 اور 4 کے درمیان جفت اعداد کا سیٹ خالی سیٹ ہوگا۔ کیونکہ 2 اور 4 کے درمیان کوئی اور جفت عدد نہیں ہے۔

مثال 3: 7 اور 11 کے درمیان مفرد اعداد کا سیٹ خالی سیٹ ہوگا۔ کیونکہ 7 اور 11 کے درمیان کوئی بھی مفرد عدد نہیں ہے۔

سرگرمی استاد طلبا سے خالی سیٹ کی ماحول سے مثالیں لکھوائے۔

1.4 سیٹ لکھنے کے طریقے (Different Forms of Set Writing)

سیٹ کو لکھنے کے طریقوں میں سے دو طریقے ہم یہاں بیان کرتے ہیں۔

(i) بیانیہ طریقہ

(ii) اندراجی طریقہ

1.4.1 بیانیہ طریقہ (Descriptive Form)

بیانیہ طریقے میں کسی سیٹ کو لکھتے ہوئے ہم اس سیٹ کے ارکان کو ان کی تعریفی خاصیت کے مطابق الفاظ میں بیان کرتے ہیں۔ مثلاً

پاکستان کے تمام صوبوں کا سیٹ = A ، "ج" سے شروع ہونے والے عیسوی مہینوں کا سیٹ = B

پہلے 5 مفرد اعداد کا سیٹ = C ، پہلے 15 مکمل اعداد کا سیٹ = D

عام طور پر قدرتی اعداد کے سیٹ کو N سے، مکمل اعداد کے سیٹ کو W سے، صحیح اعداد کے سیٹ کو Z سے، جفت اعداد کے سیٹ کو E سے اور طاق اعداد کے سیٹ کو O سے ظاہر کرتے ہیں یعنی

تمام قدرتی اعداد کا سیٹ = N ، تمام مکمل اعداد کا سیٹ = W

تمام صحیح اعداد کا سیٹ = Z

1.4.2 اندراجی طریقہ (Tabular Form)

اس طریقے کے مطابق سیٹ کے ارکان کو درمیانے خطوط وحدانی کے اندر لکھ کر ظاہر کیا جاتا ہے۔ اور سیٹ کے ہر رکن کے درمیان " , " قومہ لگا کر ان کو ایک دوسرے سے علیحدہ کیا جاتا ہے۔ سیٹ کو انگریزی کے کسی بڑے حروف تہجی کے دائیں طرف برابری کی علامت '=' لکھ کر ظاہر کرتے ہیں۔ مثلاً

1 سے 10 تک قدرتی اعداد کے سیٹ کو اندراجی طریقے میں مندرجہ ذیل طریقے سے لکھتے ہیں۔

$$B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

اور اسے بائیں سے دائیں پڑھتے ہیں۔ "پہلے دس قدرتی اعداد کا سیٹ" یا "1 سے 10 تک قدرتی اعداد کا سیٹ" پڑھتے ہیں۔

بعض سیٹ ایسے ہوتے ہیں۔ جن کے تمام ارکان کا اندراج ممکن ہوتا ہے۔ لیکن ہم ان کو آسانی کے لئے درج نہیں کرتے۔ مثلاً:

1 سے 100 تک قدرتی اعداد کے سیٹ A کو ہم درج ذیل طریقے سے لکھتے ہیں۔ یعنی

$$A=\{1,2,3,4,...,100\}$$

بعض سیٹوں میں ان کے تمام ارکان کو درج کرنا ممکن ہی نہیں مثلاً:

تمام مکمل اعداد کے سیٹ W کو ہم درج ذیل طریقے سے لکھتے ہیں۔

$$W=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, . . .\}$$

اور اسے 'مکمل اعداد 0، 1، 2، 3 اور 4 وغیرہ پر مشتمل سیٹ' لکھتے ہیں۔

اسی طرح قدرتی اعداد کے سیٹ کو ہم درج ذیل طریقے سے لکھتے ہیں۔

$$N=\{1, 2, 3, 4, . . .\}$$

اسی طرح ہم صحیح اعداد کے سیٹ کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$Z=\{...., -3, -2, -1,0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$=\{0, \pm1, \pm2, \pm3, . . .\}$$

اور اسے 'صحیح اعداد 0، ±1، ±2 اور ±3 وغیرہ پر مشتمل سیٹ' پڑھتے ہیں۔

سامنے دیے گئے سیٹوں کی مدد سے بتایئے کہ کون سا بیان درست ہے اور کونسا غلط؟

(i) $12001 \notin A$

(ii) $15715 \in W$

(iii) $37 \in N$

(iv) $-5 \in Z$

(v) $-3 \notin N$

اوپر دی گئی مثالوں سے واضح ہے کہ جس سیٹ کا آخری رکن نہ بتایا گیا ہو اس کے تمام ارکان کو درج نہیں کیا جا سکتا۔

جس سیٹ کا کوئی رکن نہ ہو تو درمیانے خطوط وحدانی کے اندر کوئی رکن نہیں ہوتا۔یعنی وہ خالی سیٹ ہوتا ہے۔اسے { }=A لکھتے ہیں۔اور A' خالی سیٹ ہے' پڑھتے ہیں۔

یاد رہے کہ علامت Φ اور { } خالی سیٹ کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

سرگرمی

استاد ہر طالب علم کو سیٹ کی دو دو مثالیں اندراجی طریقے میں لکھنے کے لیے کہے۔

سرگرمیاں:

1. استاد طلبا سے "ر" سے شروع ہونے والے اسلامی مہینوں کا سیٹ لکھوائے (اندراجی طریقہ)
2. ساتویں جماعت کی کتابوں کا سیٹ اندراجی طریقہ سے لکھوائے۔
3. کسی بستہ میں موجود تمام اشیا کا سیٹ اندراجی طریقہ سے لکھوائے۔
4. استاد ہر طالب علم سے کہے کہ وہ اسلامی اور عیسوی مہینوں کا سیٹ اندراجی اور بیانیہ طریقے سے لکھے۔

اہم نتائج:

1. سیٹ میں ارکان کی ترتیب کی کوئی اہمیت نہیں ہوتی مثلاً سیٹ {1,2,3}، سیٹ {3,1,2} اور سیٹ {2,1,3} وغیرہ ایک ہی سیٹ کی مختلف صورتیں ہیں۔
2. سیٹ میں ارکان کی تکرار نہیں ہوتی۔ مثلاً اجتماع {1,1,2,2} سیٹ نہیں ہے۔
3. کسی سیٹ میں موجود ارکان مختلف لیکن ایک ہی قسم کے ہو سکتے ہیں۔
4. سیٹ کے ارکان واضح ہوتے ہیں۔

1.5 متناہی اور غیر متناہی سیٹ (Finite and Infinite Sets)

ایسا سیٹ جس میں اس کے ارکان کی تعداد محدود ہو، متناہی سیٹ کہلاتا ہے۔ مثلاً

X={0, 1, 2, 3, 4, 5} ، S=10 تک قدرتی اعداد کا سیٹ

B=ہفتے کے دنوں کے ناموں کا سیٹ

ایسا سیٹ جس میں اس کے ارکان کی تعداد لامحدود ہو، غیر متناہی سیٹ کہلاتا ہے۔

مثلاً W={0, 1, 2, 3, ...} ، N={1, 2, 3, ...}

Z={..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

یاد رہے کہ سیٹ X میں ارکان کی تعداد 6 ہے۔

سیٹ S میں ارکان کی تعداد 10 ہے۔

سیٹ B میں ارکان کی تعداد 7 ہے۔

جبکہ سیٹ W، N اور Z کے ارکان کی تعداد لامحدود ہے۔

یاد رکھیے:

(i)	قدرتی اعداد کا سیٹ	=	N={1,2,3,...}
(ii)	مکمل اعداد کا سیٹ	=	W={0,1,2,3,...}
(iii)	صحیح اعداد کا سیٹ	=	Z={0, ±1, ±2, ±3, ...}
(iv)	جفت اعداد کا سیٹ	=	E={0,±2,±4,±6,...}
(v)	طاق اعداد کا سیٹ	=	O={±1,±3,±5,...}

مشق 1.1

1. اگر

$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

ہوتو بتائیے کہ مندرجہ ذیل بیانات میں سے کونسے بیان درست اور کونسے غلط ہیں ؟

(i) $9 \in A$ (ii) $4 \notin A$ (iii) $5 \in A$

(iv) $6 \notin A$ (v) $18 \in A$ (vi) $27 \in A$

(vii) $15 \notin A$ (viii) $24 \in A$ (ix) $23 \in A$

2. اگر

B={گیند، میز، ہاکی، بلا، فٹ بال}

تو مندرجہ ذیل بیانات میں سے خالی جگہ پر $\in$ یا $\notin$ کی علامت استعمال کریں۔ تا کہ بیان درست بن جائے۔

(i) فٹبال .... B (ii) a..... B (iii) بلا .... B

(iv) x .... B (v) گیند .... B (vi) ہاکی .... B

3. مندرجہ ذیل سیٹوں کے ارکان کی تعداد لکھیے۔

(i) $A = \{l, m, n, o, d\}$ (ii) $B = \{x, y, z, s, p, q\}$

(iii) $C = \{>, <, \neq, \notin, \in\}$ (iv) D = {آمنہ، ندیم، شاہزیب، عائشہ}

(v) E = {قلم، تالا، چابی}

4. مندرجہ ذیل میں سے خالی سیٹوں کی نشاندہی کیجیے۔

(i) 2 اور 4 کے درمیان جفت اعداد کا سیٹ (ii) 3 اور 5 کے درمیان قدرتی اعداد کا سیٹ

(iii) 5, 7, 9 اور 11 میں سے 2 پر پورے پورے تقسیم ہونے والے اعداد کا سیٹ

(iv) 5-, 4-, 3-, 2- میں سے مکمل اعداد کا سیٹ

.5 مندرجہ ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقہ میں لکھیے۔

(i) پہلے دس قدرتی اعداد کا سیٹ (ii) 20 تک جفت اعداد کا سیٹ

(iii) پہلے پانچ مفرد اعداد کا سیٹ (iv) 3 کے پہلے چار اضعاف کا سیٹ

(v) 5- اور 5+ کے درمیان تمام صحیح اعداد کا سیٹ

(vi) 15 اور 25 کے درمیان تمام قدرتی اعداد کا سیٹ

(vii) قدرتی اعداد کا سیٹ (viii) جفت اعداد کا سیٹ

(ix) مثبت صحیح اعداد کا سیٹ (x) مثبت طاق اعداد کا سیٹ

(xi) 150 تک مکمل اعداد کا سیٹ

(xii) 1365 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

.6 مندرجہ ذیل سیٹوں کو بیانیہ طریقہ میں لکھیے۔

(i) A = {1, 2, 3, ..., 20} (ii) B = {0, 1, 2, 3, ..., 10}

(iii) C = {2, 4, 6, 8, 10} (iv) D = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13}

(v) F = {–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3} (vi) N = {1, 2, 3, ...}

(vii) W = { 0, 1, 2, 3, ...} (viii) R = {a, b, c, ... , x, y, z}

(ix) S = {3, 6, 9, 12, 15} (x) T = {a, e, i, o, u}

.7 مندرجہ ذیل سیٹوں میں سے کون سے سیٹ متناہی اور کون سے سیٹ غیر متناہی ہیں؟

(i) A = {1, 2, 3,..., 10} (ii) B = {0, 1, 2, 3, ...}

(iii) C = انگریزی کے حروفِ تہجی کا سیٹ (iv) D = پاکستان کے صوبوں کے ناموں کا سیٹ

(v) X = ہفتے کے دنوں کا سیٹ　　(vi) $Y = \{4, 8, 12, ...\}$

(vii) $E = \{2, 4, 6, ...\}$　　(viii) $Z=\{..., -3, -2, -1, 0,1,2,3,...\}$

1.6 دو سیٹوں کا یونین (Union of Two Sets)

دو سیٹوں A اور B کے یونین سے مراد ایسا سیٹ ہے۔ جس کے ارکان A میں ہوں یا B میں ہوں۔ یونین کی علامت ∪ ہے۔ سیٹ A اور سیٹ B کا یونین سیٹ کو علامتی طور پر A∪B سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اور اس کو "A یونین B" پڑھتے ہیں۔

دو سیٹوں کے یونین سیٹ کے ارکان میں بھی تکرار نہیں ہوتی۔ ایسے ارکان جو دونوں سیٹوں میں شامل ہوں ان کو صرف ایک بار لکھا جاتا ہے۔

مثال 1: اگر

$A = \{ 2, 4, 6, 8\}$

$B = \{3, 4, 7, 9\}$

تو A∪B معلوم کیجیے۔

حل:

$A = \{ 2, 4, 6, 8\}$

$B = \{3, 4, 7, 9\}$

$A\cup B = \{2, 4, 6, 8\} \cup \{3, 4, 7, 9\}$

$A\cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

مثال 2: اگر

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$B = \{15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}$

تو A∪B معلوم کیجیے۔

حل:

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$B = \{15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}$

$A \cup B = \{2,4,6,8,10,12,14,16\} \cup \{15,16,17,18,19,20,21,22\}$

$= \{2,4,6,8,10,12,14,15,16,17,18,19,20,21,22\}$

مثال3: اگر

A= 20 تک جفت اعداد کا سیٹ

B= 19 تک طاق اعداد کا سیٹ

تو A∪B معلوم کیجیے۔

حل:

A = 20 تک جفت اعداد کا سیٹ

$= \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

B= 19 تک طاق اعداد کا سیٹ

$= \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

$A \cup B = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\} \cup \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$

$= \{1,2,3,\ldots,20\}$

مثال4: اگر

A= 4 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ

B= 6 کے پہلے چار اضعاف کا سیٹ

تو A∪B معلوم کیجیے۔

حل:

A= 4 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ

$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

6 کے پہلے چار اضعاف کا سیٹ=B

$=\{6, 12, 18, 24\}$

$A\cup B=\{4,8,12,16,20,24\}\cup\{6,12,18,24\}$

$=\{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24\}$

1.7 دو سیٹوں کا تقاطع (Intersection of Two Sets)

دو سیٹوں A اور B کے تقاطع سے مراد ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دونوں سیٹوں کے تمام مشترک ارکان پر مشتمل ہو۔ تقاطع کے لیے علامت ∩ استعمال ہوتی ہے۔ سیٹ A اور سیٹ B کے تقاطع سیٹ کو $A\cap B$ لکھتے ہیں۔ اور اسے ہم "A تقاطع B" پڑھتے ہیں۔ مشترک ارکان کو صرف ایک بار لکھا جاتا ہے۔ اگر دونوں سیٹوں میں کوئی رکن مشترک نہ ہو تو ان سیٹوں کا تقاطع خالی سیٹ ہوگا۔ کسی سیٹ A کا A سے تقاطع سیٹ A ہی ہوتا ہے۔

مثال 1: اگر

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$B=\{4, 8, 12, 16\}$

تو $A\cap B$ معلوم کیجیے۔

حل:

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$B=\{4, 8, 12, 16\}$

$A\cap B=\{2,4,6,8,10,12,14,16\}\cap\{4,8,12,16\}$

$=\{4,8,12,16\}$

مثال2: اگر

$A=\{0,1,2,3,4,5\}$

$B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3\}$

تو $A \cap B$ معلوم کیجیے۔

حل:

$A=\{0,1,2,3,4,5\}$

$B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3\}$

$A \cap B=\{0,1,2,3,4,5\} \cap \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3\}$

$A \cap B=\{0,1,2,3\}$

مثال3: اگر

A= پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ

B= پہلے چار مثبت جفت اعداد کا سیٹ

تو $A \cap B$ معلوم کیجیے۔

حل:

A= پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ

$=\{1,2,3,4,5\}$

B = پہلے چار جفت اعداد کا سیٹ

$=\{2,4,6,8\}$

$A \cap B=\{1,2,3,4,5\} \cap \{2,4,6,8\}$

$=\{2,4\}$

مثال4: اگر

$A = \{1, 3, 5, 7, \ldots, 99\}$

$B = \{2, 4, 6, \ldots, 100\}$

تو $A \cap B$ معلوم کیجیے۔

حل:

$A=\{1, 3, 5, 7, \ldots, 99\}$

$B=\{2, 4, 6, \ldots, 100\}$

$A \cap B = \{1,3,5,7,\ldots, 99\} \cap \{2,4,6,\ldots, 100\}$

$= \{\ \} = \phi$

کیونکہ ان دونوں سیٹوں میں کوئی رکن مشترک نہیں ہے۔

مثال5: اگر

C= 4 کے پہلے نو اضعاف کا سیٹ

D= 6 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ

تو $C \cap D$ معلوم کیجیے۔

حل:

C= 4 کے پہلے نو اضعاف کا سیٹ

$=\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$

D= 6 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ

$= \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$

$C \cap D = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\} \cap \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$

$=\{12, 24, 36\}$

یاد رکھیے:

(i) $E \cup O = Z$

(ii) $E \cap O = \phi$

جبکہ E،O اور Z سے مراد بالترتیب جفت، طاق اور صحیح اعداد کے سیٹ ہیں۔

مشق 1.2

درج ذیل سیٹوں کا یونین اور تقاطع معلوم کیجیے

1. $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$
2. $C = \{2,4,6,8\}$, $B = \{0,1,2,3,....,10\}$
3. $S = \{1,3,5,7\}$, $T = \{2,4,6,8\}$
4. $M = \{a, o, e\}$, $N = \{i, u, y\}$
5. $A = \{1,2,3,4,...., 100\}$, $B = \phi$
6. $A = \{1,3,5,7,9,11,13,15\}$, $B = \{3,6,9,12,15\}$
7. $P = \{2,4,6,8\}$, $Q = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$
8. $X = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4\}$, $Y = \{0, \pm1, \pm2\}$
9. A = پہلے دس قدرتی اعداد کا سیٹ , B = پہلے 5 مفرد اعداد کا سیٹ
10. X = پہلے 10 مثبت جفت اعداد کا سیٹ , Y = 3 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ
11. X = مثبت طاق اعداد کا سیٹ , Y = مثبت جفت اعداد کا سیٹ

12. اگر

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1,2,3,4\}$

$C = \{2,4,6\}$, $D = \{1,3,5\}$

ہوتو مندرجہ ذیل سیٹ معلوم کیجیے۔

(i) $A \cup B$ (ii) $C \cup D$ (iii) $A \cap B$

(iv) $B \cap C$ (v) $A \cup D$ (vi) $D \cap B$

1.8 سیٹوں پر یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ

(Commutative Property of Union and Intersection on Sets)

ہم پچھلی جماعتوں میں اعداد پر جمع اور ضرب کی خاصیت مبادلہ پڑھ چکے ہیں۔ اسی طرح دو سیٹوں پر ان کے یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ بھی پائی جاتی ہے۔ اگر دو سیٹ A اور B ہوں تو ان کے درمیان خاصیت مبادلہ بلحاظ یونین اور تقاطع یوں ہوگی۔

(i) $A \cup B = B \cup A$ (خاصیت مبادلہ بلحاظ یونین)

(ii) $A \cap B = B \cap A$ (خاصیت مبادلہ بلحاظ تقاطع)

مثال 1: اگر

$A = \{1,2,3,...,10\}$

اور $B = \{3,5,7,9\}$

ہوتو (i) خاصیت مبادلہ بلحاظ یونین کی پڑتال کیجیے۔

(ii) خاصیت مبادلہ بلحاظ تقاطع کی پڑتال کیجیے۔

حل:

$A = \{1, 2, 3, ..., 10\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

(i) $A \cup B = \{1,2,3,\ldots,10\} \cup \{3,5,7,9\}$

$= \{1,2,3,\ldots,10\}$

$B \cup A = \{3,5,7,9\} \cup \{1,2,3,\ldots,10\}$

$= \{1,2,3,\ldots,10\}$

پس $A \cup B = B \cup A$

(ii) $A \cap B = \{1,2,3,\ldots,10\} \cap \{3,5,7,9\}$

$= \{3,5,7,9\}$

$B \cap A = \{3,5,7,9\} \cap \{1,2,3,\ldots,10\}$

$= \{3,5,7,9\}$

پس $A \cap B = B \cap A$

مثال2: اگر $P = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$

$Q = \{5,7,9,11,13\}$

ہو تو

(i) سیٹوں پر یونین کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

(ii) سیٹوں پر تقاطع کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

حل:

$P = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$Q = \{5, 7, 9, 11, 13\}$

(i) $P \cup Q = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\} \cup \{5,7,9,11,13\}$

$= \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,7,9,11,13\}$

$Q \cup P = \{5,7,9,11,13\} \cup \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$

$= \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,7,9,11,13\}$

پس $P \cup Q = Q \cup P$

(ii) $P \cap Q = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\} \cap \{5,7,9,11,13\}$

$= \Phi$

$Q \cap P = \{5,7,9,11,13\} \cap \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\}$

$= \Phi$

پس $P \cap Q = Q \cap P$

مثال3: اگر

100 تک مکمل اعداد کا سیٹ = X

100 تک طاق اعداد کا سیٹ = Y

ہو تو (i) یونین کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

(ii) تقاطع کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

حل: X = 100 تک مکمل اعداد کا سیٹ

$= \{0, 1, 2, 3, 4, ..., 100\}$

Y = 100 تک طاق اعداد کا سیٹ

$= \{1, 3, 5, 7, 9, ..., 99\}$

(i) $X \cup Y = \{0, 1, 2, 3, ..., 100\} \cup \{1,3,5,7, ..., 99\}$

$= \{0, 1, 2, 3, ..., 100\} = X$

$Y \cup X = \{1,3,5,7, ..., 99\} \cup \{0, 1, 2, 3, ..., 100\}$

$= \{0, 1, 2, 3, ..., 100\} = X$

پس $X \cup Y = Y \cup X$

(ii) $X \cap Y = \{0, 1, 2, 3, ..., 100\} \cap \{1,3,5,7, ..., 99\}$

$= \{1,3,5,7, ..., 99\} = O$

$Y \cap X = \{1,3,5,7, ..., 99\} \cap \{0, 1, 2, 3, ..., 100\}$

$= \{1,3,5,7, ..., 99\} = O$

پس $X \cap Y = Y \cap X$

مثال4: اگر

2 کے پہلے دس اضعاف کا سیٹ=A

4 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ =B

ہو تو

(i) یونین کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

(ii) تقاطع کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

حل:

2 کے پہلے دس اضعاف کا سیٹ = A

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

4 کے پہلے چھ اضعاف کا سیٹ = B

$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

(i) $A \cup B = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\} \cup \{4,8,12,16,20,24\}$

$= \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,24\}$

$B \cup A = \{4,8,12,16,20,24\} \cup \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

$= \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20, 24\}$

پس $A \cup B = B \cup A$

(ii) $A \cap B = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\} \cap \{4,8,12,16,20,24\}$

$= \{4,8,12,16,20\}$

$B \cap A = \{4,8,12,16,20\} \cap \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

$= \{4,8,12,16,20\}$

پس $A \cap B = B \cap A$

مشق 1.3

مندرجہ ذیل میں یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

1. $A = \{0,1,2,3,4,5\}$, $B = \{1,2,3,4,5,6\}$
2. $A = \{1,2,3, ..., 10\}$, $B = \{2,4,6,8,10,12\}$
3. $S = \{a, e, i, o, u\}$, $T = \{a, b, c, ..., x, y, z\}$
4. $M = \{1, 2, 3, ..., 99\}$, $N = \{2, 4, 6, 8, ..., 100\}$
5. $Z = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5\}$, $X = \{-1,-2,-3,-4,-5\}$
6. $C = \{3,6,9,12,15,18,21,24\}$, $D = \{2,4,6,8, ..., 30\}$
7. $A = \{-1,-3,-5,-7,-9,-11,-13\}$, $B = \{-2,-4,-6,-8,-10,-12,-14\}$
8. X = 100 تک مکمل اعداد کا سیٹ , $Y = \{-2,-4,-6,-8,-10\}$
9. A = پہلے دس مفرد اعداد کا سیٹ , B = پہلے دس قدرتی اعداد کا سیٹ
10. A = پہلے دس مرکب اعداد کا سیٹ , B = 4 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ
11. A = 2 کے پہلے دس اضعاف کا سیٹ , B = 3 کے پہلے سات اضعاف کا سیٹ
12. X = 4 کے پہلے دس اضعاف کا سیٹ , Y = 5 کے پہلے آٹھ اضعاف کا سیٹ

یونٹ 2

سمتی اعداد پر عوامل

(Operations on Directed Numbers)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1. سمتی اعداد پر ضرب کے عوامل
2. سمتی اعداد پر ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع
3. صحیح اعداد کی تقسیم

2.1 اعادہ (Revision)

ہم پچھلی جماعت میں سمتی اعداد اور صحیح اعداد پر جمع اور تفریق کے عوامل سیکھ چکے ہیں۔ سمتی اعداد میں ہم ان سمتی اعداد، جو صحیح اعداد تھے، تک محدود رہے ہیں۔

تمام صحیح اعداد سمتی اعداد بھی ہوتے ہیں۔ لیکن تمام سمتی اعداد صحیح اعداد نہیں ہوتے۔ کیونکہ صحیح اعداد کا سیٹ {... ,3±, 2±, 1±, 0} ہے۔ جبکہ سمتی اعداد صحیح اعداد کے علاوہ کسور وغیرہ کی شکل میں بھی ہو سکتے ہیں۔ مثلاً $+\frac{1}{2}$ ، $+\frac{7}{5}$ ، $-\frac{9}{2}$ ، +10.2 اور 15.3− وغیرہ۔

آیئے ان تصورات کا اعادہ کریں۔

مشق 2.1

1. مندرجہ ذیل اعداد میں سے صحیح اعداد، سمتی اعداد اور ان اعداد کو الگ کیجیے جو صحیح اعداد اور سمتی اعداد بھی ہوں۔

$-5,\ +5,\ -77,\ \frac{+5}{7},\ \frac{-6}{5},\ \frac{-5}{3},\ -3,\ \frac{-1}{2}$

$-105,\ +205,\ \frac{-7}{3},\ \frac{-9}{2},\ -3001,\ +715,\ \frac{-2}{3}$

$\frac{-2}{13},\ \frac{+9}{14},\ +3.5\ \ -4.5,\ \ +108.4,\ \ -312$

2. مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(i) $(-50) + (-78)$ (ii) $(+105) + (+78)$

(iii) $(+63)+(-510)$ (iv) $(-5)+(-7)$

(v) $(+315)+(-108)$ (vi) $(-320)+(+100)$

3. مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(i) $(-705)-(+914)$ (ii) $(+5000)-(-500)$

(iii) $(+800)-(-330)$ (iv) $(-612)-(+710)$

(v) $(-7)-(+11)$ (vi) $(+550)-(-230)$

(vii) $(-850)-(-70)$ (viii) $(+710)-(+213)$

(ix) $(-720)+(-510)$ (x) $(+1012)-(-210)$

2.2 دو سمتی اعداد کی ضرب

(Multiplication of two Directed Numbers)

دو سمتی اعداد کی باہمی ضرب کی مندرجہ ذیل صورتیں ہیں:۔

(i) دو مثبت اعداد کی ضرب

(ii) دو منفی اعداد کی ضرب

(iii) مثبت اور منفی عدد کی ضرب

اب ہم اوپر دی گئی صورتوں میں دو سمتی اعداد کی ضرب کے اصول سیکھتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ ضرب کا عمل مسلسل جمع کی مختصر ترین شکل ہے۔ مثلاً:

(i) $3\times4=4+4+4$

اور (ii) $7\times5=5+5+5+5+5+5+5$

اسی اصول کو سمتی اعداد کی ضرب میں استعمال کرتے ہیں۔

2.2.1 دو مثبت اعداد کی باہمی ضرب (Multiplication of two Positive Numbers)

اب ہم دو سمتی مثبت اعداد کی باہمی ضرب کا اصول سیکھتے ہیں۔ فرض کریں ہمیں (4+) اور (5+) کا حاصل ضرب معلوم کرنا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $(+4)\times(+5)$ کا مطلب ہے (4+) کو پانچ مرتبہ جمع کرنا۔ اس لیے پچھلی جماعت میں جمع کرنے کے طریقے کے مطابق

$$(+5)\times(+4) = (+4)+(+4)+(+4)+(+4)+(+4)$$

$$= (+20)$$

اسی طرح $(+5)\times(+4)$ کا مطلب (5+) کو چار مرتبہ جمع کرنا ہے۔

$$(+4)\times(+5) = (+5)+(+5)+(+5)+(+5)$$

$$= (+20)$$

اسی طرح $(+4)\times(+3)$ کا مطلب (4+) کو تین مرتبہ جمع کرنا ہے۔

اس لیے $(+3)\times(+4)=(+4)+(+4)+(+4)$

$$= +12$$

لہٰذا اسی طرح کی مثالوں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ

$$(+5)\times(+4)=+(5\times4)$$

$$= (+20)$$

اور $(+4)\times(+5)=+(4\times5)$

$= (+20)$

اور $(+3)\times(+4)=+(3\times4)$

$= (+12)$

چنانچہ

سمتی مثبت (اعداد کا حاصل ضرب) = سمتی مثبت عدد × سمتی مثبت عدد

اسی طرح ہم یہ نتیجہ بھی اخذ کرتے ہیں کہ

$$(+5)\times(+4) = (+4)\times(+5)$$

پس

سمتی مثبت اعداد میں ضرب کی خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے۔

مثال: $(+7)\times(+3)$ کو حل کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ سمتی مثبت اعداد کا حاصل ضرب بھی سمتی مثبت عدد ہوتا ہے۔

لہٰذا $(+7)\times(+3)=+(7\times3)$

$=+21$

سرگرمی: ضرب کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال اوپر دی گئی مثال کی مدد سے کیجیے۔

2.2.2 دو منفی اعداد کی باہمی ضرب (Multiplication of two Negative Numbers)

اب ہم دو سمتی منفی اعداد کی باہمی حاصل ضرب معلوم کرنے کا اصول سیکھتے ہیں۔ فرض کیا کہ ہمیں (5−) اور (3−) کا حاصل ضرب معلوم کرنا ہے۔ ان دونوں سمتی اعداد کے حاصل ضرب کو $(-5)\times(-3)$ لکھا جا سکتا ہے۔ یہاں $(-5)\times(-3)$ سے مراد (5−) کی تین بار تفریق ہے۔

لہٰذا

$$(-3)\times(-5) = -(-5)-(-5)-(-5)$$
$$= (+5)+(+5)+(+5)$$
$$= (+15)$$

یاد رکھیے:

$-(-5)=+5$

$-(-3)=+3$

$-(+3)=-3$

$+(-3)=-3$

$-(+5)=-5$

اسی طرح $(-5)\times(-3)$ کے حاصل ضرب کا مطلب (3−) کو پانچ بار تفریق کرنا ہے۔ یعنی

$$(-5)\times(-3) = -(-3)-(-3)-(-3)-(-3)-(-3)$$
$$= (+3)+(+3)+(+3)+(+3)+(+3)$$
$$= (+15)$$

لہٰذا اسی طرح کی مثالوں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ

$$(-3)\times(-5)=+(3\times5)$$
$$=+15$$

اور

$$(-5)\times(-3)=+(5\times3)$$
$$=+15$$

چنانچہ

(سمتی منفی عدد) × (سمتی منفی عدد) = سمتی مثبت عدد

= سمتی مثبت (دونوں اعداد کا حاصل ضرب)

= + (دونوں اعداد کا حاصل ضرب)

بتائیے:

کیا دو سمتی منفی اعداد کی باہمی حاصل ضرب میں خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے؟

مثال: $(-6)\times(-7)$ کو حل کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ دو سمتی منفی اعداد کا حاصل ضرب سمتی مثبت عدد ہوتا ہے۔

لہٰذا

$$(-6)\times(-7) = +(6\times7)$$
$$= +42$$

سرگرمی: دی گئی مثال میں خاصیت مبادلہ بلحاظ ضرب کی پڑتال کیجیے۔

2.2.3 منفی اور مثبت عدد کی باہمی ضرب

(Multiplication of a Positive and a Negative Number)

اب ہم ایک سمتی مثبت عدد اور ایک سمتی منفی عدد کی حاصل ضرب معلوم کرنے کا اصول سیکھتے ہیں۔ فرض کیا کہ ہم (-2) اور $(+4)$ کی حاصل ضرب معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ان کا حاصل ضرب $(-2)\times(+4)$ لکھا جا سکتا ہے۔ یعنی $(+4)$ کی دو بار تفریق ہے۔

اس لئے

$$(-2)\times(+4) = -(+4)-(+4)$$
$$= (-4)+(-4)$$
$$= (-8)$$

اسی طرح $(+4)\times(-2)$ سے مراد (-2) کی چار مرتبہ جمع ہے۔ یعنی

$$(+4)\times(-2) = +(-2)+(-2)+(-2)+(-2)$$
$$= -2-2-2-2$$
$$= (-8)$$

اسی طرح کی مثالوں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ

$$(-2)\times(+4) = -(2\times 4)$$
$$= -8$$
$$(+4)\times(-2) = -(4\times 2)$$
$$= -8$$

سمتی مثبت عدد × سمتی منفی عدد = سمتی منفی عدد

= سمتی منفی (مثبت اعداد کا حاصل ضرب)

= - (مثبت اعداد کا حاصل ضرب)

ہم نے یہ نتیجہ بھی اخذ کیا ہے کہ دو مخالف سمتی اعداد کی حاصل ضرب میں خاصیت مبادلہ پائی جاتی ہے۔

مثال 1: $(-3)\times(+5)$ کو حل کیجیے۔

حل: چونکہ مثبت عدد اور منفی عدد کا حاصل ضرب ایک منفی عدد ہوتا ہے۔

لہٰذا $(-3)\times(+5) = -(3\times 5)$

$$= -15$$

سرگرمی: دی گئی مثال 1 میں ضرب کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

مثال 2: $(-7)\times(+4)$ کو حل کیجیے۔

حل: چونکہ دو مخالف سمتی اعداد کا حاصل ضرب بھی منفی سمتی عدد ہوتا ہے۔

$$(-7)\times(+4) = -(4\times 7)$$
$$= -28$$

اوپر والی تمام بحث سے ہم مندرجہ ذیل نتائج اخذ کرتے ہیں۔

یاد رکھیے:

$(-1)\times(-1)=(+1)$

$(+1)\times(+1)=(+1)$

$(-1)\times(+1)=(-1)$

$(+1)\times(-1)=(-1)$

1- دو سمتی مثبت اعداد یا دو سمتی منفی اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ سمتی مثبت عدد ہوتا ہے۔

2- ایک سمتی مثبت عدد اور ایک سمتی منفی عدد کا حاصل ضرب سمتی منفی عدد ہوتا ہے۔

3- ایک سمتی منفی عدد اور ایک سمتی مثبت عدد کا حاصل ضرب بھی سمتی منفی عدد ہوتا ہے۔

4- کوئی سے دو سمتی اعداد کی حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے دونوں اعداد کو ضرب دے کر حاصل ضرب کے ساتھ جمع یا تفریق کی علامت مندرجہ بالا کلیات کے مطابق لگائی جاتی ہے۔

یاد رکھیے:

مندرجہ بالا تمام عوامل سمتی اعداد کے لیے بھی درست ہیں۔

مشق 2.2

1. مندرجہ ذیل کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) +5, −3 (ii) −7, +4 (iii) −15, −20

(iv) +25, +10 (v) +67, +100 (vi) −250, −1000

(vii) −3, +15 (viii) +7, −8 (ix) +13, −5

(x) −10, +4 (xi) −8, −6 (xii) −9, +12

2. مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(i) $(-8)\times(-9)$ (ii) $(-3)\times(+12)$ (iii) $(+7)\times(-10)$

(iv) $(-13)\times(+15)$ (v) $(-12)\times(+10)$ (vi) $(+13)\times(+15)$

(vii) $(+15)\times(+12)$ (viii) $(-12)\times(-14)$ (ix) $(+7)\times(-8)$

2.3 سمتی اعداد پر ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

(Distributive Property of Multiplication over Addition on Directed Numbers)

ہم پچھلی جماعتوں میں اعداد اور کسور عام پر ضرب کی خاصیت تقسیمی کی پڑتال سیکھ چکے ہیں۔
مندرجہ ذیل مثالیں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کی ہیں۔

(i) $2\times(3+5)=2\times3+2\times5$

(ii) $(4+7)\times3=4\times3+7\times3$

اگر اوپر دی گئی مثالوں میں اعداد اور کسور کی جگہ پر سمتی اعداد رکھ دیے جائیں تو یہ مثالیں سمتی اعداد پر ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع بن جاتی ہیں۔ ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کی پڑتال کا طریقہ کار یہ ہے کہ ہم طرفین کو حل کرتے ہیں۔ اس طرح طرفین کا حل برابر آتا ہے۔
مندرجہ ذیل مثالیں سمتی اعداد میں خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع کی ہیں۔

(i) $(+2)\times\{(-3)+(+4)\}=(+2)\times(-3)+(+2)\times(+4)$

(ii) $(-3)\times\{(+2)+(+5)\}=(-3)\times(+2)+(-3)\times(+5)$

مثال 1: خاصیت تقسیمی کی پڑتال کیجیے۔

$$(+2)\times\{(-3)+(+4)\}=(+2)\times(-3)+(+2)\times(+4)$$

حل:

$$(+2)\times\{(-3)+(+4)\}=(+2)\times(-3)+(+2)\times(+4)$$

$$L.H.S=(+2)\times\{(-3)+(+4)\}$$
$$=(+2)\times(+1)=+2$$
$$R.H.S=(+2)\times(-3)+(+2)\times(+4)$$
$$=(-6)+(+8)$$
$$=+2$$

لہٰذا $L.H.S.=R.H.S$

پس $(+2)\times\{(-3)+(+4)\}=(+2)\times(-3)+(+2)\times(+4)$

مثال 2: خاصیت تقسیمی کی پڑتال کیجیے۔

$$(+2)\times\{(-5)+(-2)\}=(+2)\times(-5)+(+2)\times(-2)$$

حل: $(+2)\times\{(-5)+(-2)\}=(+2)\times(-5)+(+2)\times(-2)$

$$L.H.S=(+2)\times\{(-5)+(-2)\}$$
$$=(+2)\times(-7) \qquad \because \ (-5)+(-2)$$
$$=-(2\times7) \qquad =-(5+2)$$
$$=-14 \qquad =-7$$

$$R.H.S=(+2)\times(-5)+(+2)\times(-2) \qquad \because (+2)\times(-5)=-(2\times5)$$
$$=-(2\times5)+(-)(2\times2) \qquad =-10$$

اور

$$(+2)\times(-2)=-(2\times2)$$
$$=(-10)+(-4) \qquad =-4$$
$$=-(10+4)$$
$$=-14$$
$$L.H.S=R.H.S$$

لہٰذا

$$(+2)\times\{(-5)+(-2)\}=(+2)\times(-5)+(+2)\times(-2)$$

مشق 2.3

1. خاصیت تقسیمی کو ذہن میں رکھتے ہوئے خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) $(+5)\times\{(-3)+(\ \ )\}=(\ \ \ )\times(-3)+(+5)\times(+2)$

(ii) $(-3)\times\{(\ \ \ )+(\ \ )\}=(\ \ \ )\times(+4)+(\ \ \ )\times(+3)$

(iii) $(\ \ )\times\{(-4)+(-2)\}=(+7)\times(\ \ )+(+7)\times(\ \ )$

2. مندرجہ ذیل میں خاصیت تقسیمی کی پڑتال کیجیے۔

(i) $(-3)\times\{(+2)+(-5)\}=(-3)\times(+2)+(-3)\times(-5)$

(ii) $(+4)\times\{(-3)+(-7)\}=(+4)\times(-3)+(+4)\times(-7)$

(iii) $(-2)\times\{(+5)+(+3)\}=(-2)\times(+5)+(-2)\times(+3)$

(iv) $(+1)\times\{(-1)+(+3)\}=(+1)\times(-1)+(+1)\times(+3)$

(v) $(-3)\times\{(+2)+(-3)\}=(-3)\times(+2)+(-3)\times(-3)$

2.4 دو صحیح اعداد کی تقسیم (Division of two Integers)

ہم دو صحیح اعداد کی حاصل ضرب معلوم کرنے کے اصول سیکھ چکے ہیں۔ چونکہ ضرب اور تقسیم ایک دوسرے کے الٹ عمل ہیں۔ اس لیے دو صحیح اعداد کی باہمی تقسیم کی بھی مندرجہ ذیل تین صورتیں ہیں۔

(i) دو مثبت صحیح اعداد کی باہمی تقسیم

(ii) دو منفی صحیح اعداد کی باہمی تقسیم

(iii) مثبت اور منفی صحیح اعداد کی باہمی تقسیم

ہم دو صحیح اعداد کی باہمی تقسیم کے اصول، ضرب کے اصولوں سے اخذ کرتے ہیں۔

2.4.1 دو مثبت صحیح اعداد کی باہمی تقسیم (Division of Two Positive Integers)

دو مثبت صحیح اعداد کی تقسیم کے لیے ہم یہ اصول استعمال کرتے ہیں۔

مثبت صحیح عدد = مثبت صحیح عدد ÷ مثبت صحیح عدد

مثلاً ہم $(+6)\div(+2)$ کو حل کرنا چاہتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ

$$(+6)\div(+2)=(+3)$$

اس کو ہم اسطرح بھی حل کر سکتے ہیں۔

$$(+6)\div(+2)=+\left(\frac{6}{2}\right)$$
$$=+3$$

2.4.2 دو منفی صحیح اعداد کی باہمی تقسیم (Division of two Negative Integers)

دو منفی صحیح اعداد کو تقسیم کے لیے ہم نیچے دیے گئے اصول کو استعمال کرتے ہیں۔

مثبت صحیح عدد = منفی صحیح عدد ÷ منفی صحیح عدد

مثلاً ہم $(-6)\div(-2)$ کو حل کرنا چاہتے ہیں

اسلئے

$$(-6)\div(-2)=(+3)$$

اس کو ہم اسطرح بھی حل کر سکتے ہیں۔

$$(-6)\div(-2)=+\left(\frac{6}{2}\right)$$
$$=+3$$

2.4.3 مثبت اور منفی صحیح اعداد کی باہمی تقسیم

(Division of a Positive and a Negative Integer)

ایک مثبت اور ایک منفی صحیح اعداد کی تقسیم کے لیے ہم نیچے دیے گئے اصول کو استعمال کرتے ہیں۔

منفی صحیح عدد = منفی صحیح عدد ÷ مثبت صحیح عدد

منفی صحیح عدد = مثبت صحیح عدد ÷ منفی صحیح عدد

مثلاً ہم $(+6)\div(-2)$ اور $(-6)\div(+2)$ کو حل کرنا چاہتے ہیں

اس لیے $(+6)\div(-2)=(-3)$

اس کو ہم اس طرح بھی حل کر سکتے ہیں۔

$$(+6)\div(-2) = -\left(\frac{6}{2}\right)$$
$$= -3$$

اسی طرح $(-6)\div(+2)=(-3)$

اس کو ہم اس طرح بھی حل کر سکتے ہیں

$$(-6)\div(+2) = -\left(\frac{6}{2}\right)$$
$$= -3$$

دو سمتی اعداد کی باہمی تقسیم

(i) مثبت عدد ہوگا اگر دونوں کی علامت ایک جیسی ہو۔

(ii) منفی عدد ہوگا اگر دونوں کی علامت مخالف ہو۔

یاد رکھیے: مندرجہ بالا طریقوں سے ہم سمتی اعداد اور صحیح اعداد کی باہمی تقسیم کر سکتے ہیں۔

مثال 1: $(+20)\div(+4)$ کو حل کیجیے۔

حل: چونکہ دونوں مثبت اعداد کی حاصل تقسیم مثبت عدد ہوتی ہے۔

لہٰذا $(+20)\div(+4)=+(20\div4)$

$$=+\left(\frac{20}{4}\right)$$

$$= +5$$

مثال 2: $(-80)\div(-5)$ کو حل کیجیے۔

حل: چونکہ دونوں منفی اعداد کی حاصل تقسیم مثبت عدد ہوتی ہے۔

$$(-80)\div(-5)=+(80\div 5)$$

$$=+\left(\frac{80}{5}\right)$$

$$=+16$$

مثال 3: $(-60)\div(+12)$ کو حل کیجیے۔

حل: چونکہ دو مخالف اعداد کی حاصل تقسیم منفی عدد ہوتی ہے۔

لہٰذا

$$(-60)\div(+12)=-(60\div 12)$$

$$=-\left(\frac{60}{12}\right)$$

$$=(-5)$$

مشق 2.4

1. مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(i) $(+16)\div(+4)$ (ii) $(-15)\div(-3)$ (iii) $(-33)\div(+3)$

(iv) $(+75)\div(-5)$ (v) $(+90)\div(+10)$ (vi) $(-144)\div(-9)$

(vii) $(-100)\div(+10)$ (viii) $(+144)\div(-16)$ (ix) $(+169)\div(+13)$

(x) (+121)÷(-11)   (xi) (-64)÷(+16)   (xii) (-81)÷(-9)

2. مندرجہ ذیل میں پہلے عدد کو دوسرے عدد پر تقسیم کیجیے۔

(i) +65, +13   (ii) −90, +18   (iii) +120, −12

(iv) −144, −16   (v) −625, −5   (vi) +520, −13

(vii) −68, +17   (viii) +125, −25   (ix) −99, +3

(x) +256, −4   (xi) +140, +10   (xii) −1000 , +50

یونٹ 3

ناطق اعداد

(Rational Numbers)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1. ناطق اعداد کا تصور
2. دو یا دو سے زیادہ ناطق اعداد کی جمع
3. دو ناطق اعداد کی تفریق
4. دو یا دو سے زیادہ ناطق اعداد کی ضرب
5. ناطق اعداد کی غیر صفر ناطق اعداد پر تقسیم
6. ناطق اعداد پر خاصیت مبادلہ بلحاظ جمع وضرب کی پڑتال
7. ناطق اعداد پر خاصیت تلازم بلحاظ جمع وضرب کی پڑتال
8. ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع وتفریق کی پڑتال
9. متوالی کسر اعشاریہ کا تصور
10. کسور اعشاریہ کی اقسام
11. ناطق اعداد کا مختتم، غیر مختتم متوالی کسر اور غیر مختتم غیر متوالی کسور اعشاریہ کے طور پر اظہار

3.1 ناطق اعداد کا تصور (Concept of Rational Numbers)

کسی بھی صحیح عدد کو صفر کے علاوہ کسی بھی دوسرے صحیح عدد پر تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ اس تقسیم کے نتیجے میں حاصل ہونے والے اعداد کو ناطق اعداد کہا جاتا ہے۔ علامتی طور پر انہیں $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ $\frac{p}{q}$ میں p صحیح عدد اور q صفر کے علاوہ صحیح عدد ہے۔ مثلاً $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{-4}{5}$, $\frac{2}{-1}$ وغیرہ ناطق اعداد کی مثالیں ہیں۔

یاد رکھیے:

(i) کسی بھی ناطق عدد $\frac{p}{q}$ میں q کا غیر صفر ہونا ضروری ہے۔ کیونکہ کسی بھی عدد کو صفر پر تقسیم کرنا ممکن نہیں ہے۔

(ii) ناطق اعداد مثبت بھی ہوتے ہیں اور منفی بھی

(iii) صفر بھی ایک ناطق عدد ہے۔ کیونکہ q کی کسی بھی غیر صفر قیمت کے لیے $\frac{0}{q} = 0$ ۔

(iv) تمام صحیح اعداد بھی ناطق اعداد ہیں کیونکہ کسی بھی صحیح عدد p کو $\frac{p}{1}$ یعنی $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ (جس میں $q = 1$)

3.2 دو یا دو سے زائد ناطق اعداد کی جمع

(Addition of two or more than two Rational Numbers)

کوئی سے دو ناطق اعداد کا مجموعہ بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔

دو ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$ کی جمع مندرجہ ذیل طریقے سے کرتے ہیں

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{ps + qr}{qs}$$

مثلاً $\frac{3}{5}$ اور $\frac{2}{3}$ دو ناطق اعداد ہیں۔ کلیہ کی مدد سے ان کی جمع مندرجہ ذیل طریقے سے ہوگی۔

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{3\times 3+2\times 5}{5\times 3}$$
$$=\frac{9+10}{15}$$
$$=\frac{19}{15}$$

$\frac{19}{15}$ ایک ناطق عدد ہے۔

مثال: $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ کو حل کیجیے۔

حل:
$$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{5\times 4+6\times 3}{6\times 4}$$
$$=\frac{20+18}{24}$$
$$=\frac{38}{24}=\frac{19}{12}$$

اسی طرح دو سے زیادہ ناطق اعداد بھی کسور عام کی طرح ہی جمع کیے جاتے ہیں۔

3.3 دو ناطق اعداد کی تفریق (Subtraction of two Rational Numbers)

کوئی سے دو ناطق اعداد کا فرق بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔ دو ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$ کو اس طرح تفریق کرتے ہیں۔

$$\frac{p}{q}-\frac{r}{s}=\frac{ps-rq}{qs}$$

مثلاً $\frac{4}{5}$ میں سے $\frac{3}{4}$ کو تفریق مندرجہ ذیل طریقے سے کیا جاتا ہے۔

$$\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{4\times 4-3\times 5}{5\times 4}$$
$$=\frac{16-15}{20}=\frac{1}{20}$$

$\frac{1}{20}$ ایک ناطق عدد ہے۔

مثال 1: $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$ کو حل کیجیے۔

حل:

$$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{4-3}{5}$$

$$=\frac{1}{5}$$

مثال 2: $\frac{3}{8}-\left(-\frac{5}{6}\right)$ کو حل کیجیے۔

حل:

$$\frac{3}{8}-\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{3}{8}+\frac{5}{6}$$

$$=\frac{3\times6+5\times8}{8\times6}$$

$$=\frac{18+40}{48}$$

$$=\frac{58}{48}$$

$$=\frac{29}{24}$$

3.4 دو یا دو سے زیادہ ناطق اعداد کی ضرب

(Multiplication of two and more than two Rational Numbers)

کوئی سے دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔ ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$ کی حاصل ضرب مندرجہ ذیل کلیہ سے کرتے ہیں۔

$$\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{pr}{qs}$$

مثلاً $\frac{3}{5}$ اور $\frac{6}{7}$ جو کہ ناطق اعداد ہیں، کا حاصل ضرب کلیہ کی مدد سے مندرجہ ذیل طریقے سے کرتے ہیں۔

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{3 \times 6}{5 \times 7}$$

$$= \frac{18}{35}$$

$\frac{18}{35}$ ایک ناطق عدد ہے

اسی طرح دو سے زیادہ ناطق اعداد کو بھی آپس میں ضرب دی جا سکتی ہے۔

یاد رکھیے: ناطق اعداد کی جمع، تفریق یا ضرب میں جواب کو مختصر ترین شکل میں لکھتے ہیں۔

3.5 ناطق اعداد کی غیر صفر ناطق اعداد پر تقسیم

(Division of a rational number by a non-zero rational number)

کسی بھی ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کو کسی غیر صفر ناطق عدد $\frac{r}{s}$ سے تقسیم مندرجہ ذیل طریقے سے کیا جاتا ہے۔ چونکہ $\frac{r}{s}$ صفر کے برابر نہیں ہے۔ اس لئے r بھی صفر کے برابر نہیں ہے۔

$$\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r} = \frac{ps}{qr}$$

$\frac{ps}{qr}$ ایک ناطق عدد ہے۔

مثلاً ناطق عدد $\frac{-3}{5}$ کو $\frac{3}{2}$ سے تقسیم مندرجہ ذیل طریقے سے کرتے ہیں۔

$$\frac{-3}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{-3}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{-3 \times 2}{5 \times 3}$$

$$= \frac{-2}{5}$$

$\frac{-2}{5}$ ایک ناطق عدد ہے۔

مشق 3.1

-1 مندرجہ ذیل میں سے درست بیانات کے سامنے ✓ اور غلط بیانات کے سامنے × کا نشان لگائیں۔

(i) صفر ایک ناطق عدد ہے ________

(ii) صرف مثبت اعداد ہی ناطق اعداد ہوتے ہیں ________

(iii) تمام صحیح اعداد بھی ناطق اعداد ہیں ________

(iv) کسی بھی صحیح عدد کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے ________

(v) کسی بھی ناطق عدد $\frac{p}{q}$ میں q صفر بھی ہو سکتا ہے ________

(vi) کسی بھی ناطق عدد کو کسی بھی دوسرے غیر صفر ناطق عدد پر تقسیم کیا جا سکتا ہے ________

-2 حل کیجیے۔

(i) $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{7}+\left(-\frac{1}{7}\right)$

(iii) $\frac{5}{9}-\left(-\frac{2}{3}\right)$ (iv) $\frac{-4}{15}+\left(-\frac{2}{3}\right)$

(v) $\left(\frac{-3}{2}\right)\times\left(\frac{+6}{15}\right)$ (vi) $\left(\frac{-40}{15}\right)\times\left(\frac{-21}{20}\right)$

(vii) $\left(\frac{+20}{3}\right)\div\left(\frac{5}{6}\right)$ (viii) $\left(\frac{-30}{8}\right)\div\left(\frac{-15}{2}\right)$

3.6 ناطق اعداد کی خاصیت مبادلہ کی پڑتال

(Verification of Commutative Property of Rational Numbers)

(i) ناطق اعداد کی خاصیت مبادلہ بلحاظ جمع

(Commutative Property of Rational Numbers w.r.t Addition)

کوئی سے دو ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$ کے لیے

$$\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{r}{s}+\frac{p}{q}$$

مثال: $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$ پر خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

حل:

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{9+10}{15}\ ,\ \frac{2}{3}+\frac{3}{5}=\frac{10+9}{15}$$

$$=\frac{19}{15}\ ,\ =\frac{19}{15}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$$

(ii) ناطق اعداد کی خاصیت مبادلہ بلحاظ ضرب

(Commutative Property of Rational Numbers w.r.t Multiplication)

کوئی سے دو اعداد $\frac{p}{q}$ اور $\frac{r}{s}$ کے لیے

$$\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{r}{s}\times\frac{p}{q}$$

مثال: $\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}$ پر خاصیت مبادلہ کی پڑتال کیجیے۔

حل: $\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}=\frac{3\times4}{8\times5}$, $\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}=\frac{4\times3}{5\times8}$

$$=\frac{12}{40} \quad , \quad =\frac{12}{40}$$

$$=\frac{3}{10} \quad , \quad =\frac{3}{10}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}$$

3.7 ناطق اعداد کی خاصیت تلازم کی پڑتال

(Verification of Associative Property of Rational Numbers)

(i) ناطق اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ جمع

(Associative Property of Rational Numbers w.r.t to Addition)

کوئی سے تین ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ ، $\frac{r}{s}$ اور $\frac{t}{u}$ کے لیے

$$\frac{p}{q}+\left(\frac{r}{s}+\frac{t}{u}\right)=\left(\frac{p}{q}+\frac{r}{s}\right)+\frac{t}{u}$$

مثال: خاصیت تلازم کی پڑتال کیجیے۔

$$\frac{1}{7}+\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\right)=\left(\frac{1}{7}+\frac{3}{7}\right)+\frac{4}{7}$$

حل: $\frac{1}{7}+\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\right)=\frac{1}{7}+\frac{3+4}{7}, \left(\frac{1}{7}+\frac{3}{7}\right)+\frac{4}{7}=\left(\frac{1+3}{7}\right)+\frac{4}{7}$

$$=\frac{1}{7}+\frac{7}{7} \quad , \quad =\frac{4}{7}+\frac{4}{7}$$

$$=\frac{1+7}{7} \quad , \quad =\frac{4+4}{7}$$

$$=\frac{8}{7} \quad , \quad =\frac{8}{7}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{1}{7}+\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\right)=\left(\frac{1}{7}+\frac{3}{7}\right)+\frac{4}{7}$$

(ii) ناطق اعداد کی خاصیت تلازم بلحاظ ضرب

(Associative Property of Rational Numbers w.r.t Multiplication)

کوئی سے تین ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ ، $\frac{r}{s}$ اور $\frac{t}{u}$ کے لیے

$$\frac{p}{q}\times\left(\frac{r}{s}\times\frac{t}{u}\right)=\left(\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}\right)\times\frac{t}{u}$$

مثال: خاصیت تلازم کی پڑتال کیجیے۔

$$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times\frac{3}{5}$$

حل: $\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1\times 3}{4\times 5}, \left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{2\times 1}{3\times 4}\times\frac{3}{5}$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{3}{20} \quad , \quad =\frac{2}{12}\times\frac{3}{5}$$

$$=\frac{2\times 3}{3\times 20} \quad , \quad =\frac{2\times 3}{12\times 5}$$

$$= \frac{6}{60} \quad , \quad = \frac{6}{60}$$

$$= \frac{1}{10} \quad , \quad = \frac{1}{10}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right) \times \frac{3}{5}$$

3.8 ناطق اعداد کی ضرب کی خاصیت تقسیمی کی پڑتال

(Verification of Distributive Property of Multiplication of Rational Numbers)

(i) ناطق اعداد کی ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع

(Distributive Property of Multiplication over Addition of Rational Numbers)

کوئی سے تین ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ ، $\frac{r}{s}$ اور $\frac{t}{u}$ کے لیے

$$\frac{p}{q} \times \left(\frac{r}{s} + \frac{t}{u}\right) = \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} + \frac{p}{q} \times \frac{t}{u}$$

مثال: خاصیت تقسیمی کی پڑتال کیجیے۔

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)$$

حل: $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2+1}{3}$, $\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} + \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} \quad , \quad = \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \quad , \quad = \frac{2+1}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \quad , \quad = \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)$$

(ii) ناطق اعداد کی ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق

(Distributive Property of Multiplication over Subtraction of Rational Numbers)

کوئی سے تین ناطق اعداد $\frac{p}{q}$ ، $\frac{r}{s}$ اور $\frac{t}{u}$ کے لیے

$$\frac{p}{q} \times \left(\frac{r}{s} - \frac{t}{u}\right) = \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} - \frac{p}{q} \times \frac{t}{u}$$

مثال: خاصیت تقسیمی کی پڑتال کیجیے۔

$$\frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{3}\right)$$

حل:

$$\frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{2-1}{3}\right) , \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{6}{6} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \quad , \quad = 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \quad , \quad = \frac{1}{2}$$

دونوں جواب برابر ہیں اس لیے

$$\frac{3}{2}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\right)$$

مشق 3.2

-1 ہر فقرے کے سامنے استعمال کی گئی خصوصیات کا نام لکھیں۔

(i) $\frac{1}{7}+\frac{2}{9}=\frac{2}{9}+\frac{1}{7}$

(ii) $\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}-\frac{4}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{5}\times\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{7}\right)$

(iii) $\frac{3}{2}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\right)$

(iv) $\frac{2}{3}\left(\frac{6}{7}+\frac{4}{7}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{6}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}$

(v) $\frac{7}{8}+\left(\frac{3}{8}+\frac{4}{7}\right)=\left(\frac{7}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{4}{7}$

(vi) $\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{7}\times\frac{2}{9}\right)=\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{7}\right)\times\frac{2}{9}$

-2 سوال 1 میں دی گئی خصوصیات کی پڑتال کیجیے۔

3.9 متوالی کسور اعشاریہ کا تصور

(Concept of Recurring Decimal Fractions)

ایسی کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے فوراً بعد یا چند ہندسوں کے بعد ایک ہی ہندسہ یا ہندسوں کا ایک بلاک تواتر سے آ رہا ہو متوالی کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔ اسے متواتر کسر اعشاریہ بھی کہہ سکتے ہیں۔

مثلاً

$$\frac{2}{3} = 0.6666.\ldots$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333.\ldots$$

ان میں 6 اور 3 بالترتیب تواتر سے آرہے ہیں۔

کسر اعشاریہ ....0.012534534 میں نقطہ اعشاریہ کے بعد 012 کے بعد 3 ہندسوں کا بلاک $\overline{534}$ تواتر سے آرہا ہے۔ متوالی کسر اعشاریہ میں جو ہندسہ یا بلاک تواتر سے آرہا ہو آسانی کی خاطر اس کے اوپر بار لگادیتے ہیں۔ جس کا مطلب ہے یہی بلاک بار بار آئے گا مثلاً

$0.3333....... = 0.\overline{3}$

$0.012534534....... = 0.012\overline{534}$

اس قسم کی کسر اعشاریہ کو بھی ناطق اعداد میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ جو کہ اگلی جماعتوں میں سکھایا جائیگا۔ غیر متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں بھی اگلی جماعتوں میں سکھایا جائیگا۔

غور کیجیے اور بتائیے:

(i) مختصر ترین شکل میں کسی ناطق عدد کا مخرج 5,4,2 یا ان کا کوئی حاصل ضرب ہو تو یہ کونسی کسور اعشاریہ ہیں؟

(ii) مختصر ترین شکل میں کسی ناطق عدد کا مخرج 7,6,3 یا ان کا کوئی حاصل ضرب ہو تو یہ کونسی کسور اعشاریہ ہیں؟

3.10 کسور اعشاریہ کی اقسام (Types of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کی مندرجہ ذیل اقسام ہیں۔

(a) مختتم کسور اعشاریہ (Terminating Decimal Fractions)

(b) غیر مختتم کسور اعشاریہ (Non Terminating Decimal Fractions)

3.10.1 مختتم کسور اعشاریہ (Terminating Decimal Fractions)

ایسی کسر اعشاریہ جس کا کسری حصہ یعنی اعشاریہ کے بعد آنے والے ہندسوں کی تعداد محدود ہو یا دوسرے الفاظ میں کسی ناطق عدد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں تو اعشاریہ کے بعد چند ہندسوں تک تقسیم کا عمل ختم ہو جائے، مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔

اس قسم کی کسور کو بآسانی ناطق اعداد یعنی $\frac{p}{q}$ کی شکل میں بدلا جا سکتا ہے جبکہ $(q \neq 0)$ جیسا کہ $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0.25$ مختتم کسور اعشاریہ ہیں۔

3.10.2 غیر مختتم کسور اعشاریہ (Non-Terminating Decimal Fractions)

ایسی کسر اعشاریہ جس کے کسری حصہ میں ہندسوں کی تعداد لامحدود ہو یا دوسرے الفاظ میں کسی ناطق عدد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں تو تقسیم کا عمل کہیں بھی نہ رکے، غیر مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔

مثلاً $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ غیر مختتم کسر اعشاریہ ہے۔

غیر مختتم کسور اعشاریہ کی دو قسمیں ہیں۔

(i) متوالی کسور اعشاریہ (Recurring Decimal Fractions)

(ii) غیر متوالی غیر مختتم کسور اعشاریہ
(Non Recurring Non-terminating Decimal Fractions)

3.11 ناطق اعداد کا مختتم اور غیر مختتم کسور اعشاریہ میں اظہار

(Representing Rational Numbers into Terminating and Non-terminating Fractions)

کسور عام کی طرح ناطق اعداد کو بھی کسور اعشاریہ میں تبدیل کیا جا سکتا ہے اور کسور اعشاریہ کی کچھ اقسام کو بھی ناطق اعداد میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

مثلاً

(i) $\frac{1}{4} = 0.25$ (ii) $\frac{25}{8} = 3.125$

(iii) $\frac{3}{8} = 0.375$ (iv) $\frac{2}{3} = 0.6666$ ....

(v) $\frac{1}{3} = 0.333$ .... (vi) $\frac{22}{7} = 3.142857142857$.......

مشق 3.3

1. مندرجہ ذیل ناطق اعداد کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کر کے بتایئے کہ کونسی کسر مختتم ہے اور کونسی کسر غیر مختتم ہے؟ غیر مختتم کسر میں متواتر کسر کے متعلق بھی بتایئے۔

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{6}{8}$ (iv) $\frac{11}{12}$

(v) $\frac{1}{7}$ (vi) $\frac{8}{9}$ (vii) $\frac{25}{8}$ (viii) $\frac{22}{7}$

(ix) $\frac{13}{4}$ (x) $\frac{21}{6}$ (xi) $\frac{29}{2}$ (xii) $\frac{10}{3}$

یونٹ 4

جذر

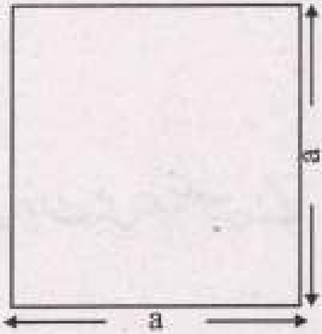
(Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1. مثبت اعداد کے جذر کا تصور
2. ایسے قدرتی اعداد جو مکمل مربع ہوں کا جذر بذریعہ تجزی معلوم کرنا
3. ایسی کسورعام ، جو مکمل مربع ہوں، کا جذر بذریعہ تجزی معلم کرنا
4. ایسی کسوراعشاریہ ،جو مکمل مربع ہوں، کا جذر بذریعہ تجزی معلوم کرنا
5. جذر سے متعلق عبارتی سوالات حل کرنا

4.1 مثبت اعداد کے جذر کا تصور

(Concept of Square Root of Positive Numbers)



کسی عدد کے جذر سے مراد وہ مثبت عدد ہوتا ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو۔

اس طرح ہم پہلے اعداد کو مربع کی شکل میں لکھنا سیکھتے ہیں۔

سامنے دی گئی شکل پر غور کیجیے۔ یقیناً آپ اس شکل سے واقف ہیں۔

آپ جانتے ہیں کہ اس شکل میں تمام اضلاع برابر ہیں۔ اس لیے یہ ایک مربع کی شکل ہے۔ ہم نے مربعی علاقے کا رقبہ معلوم کرنا پچھلی جماعتوں میں سیکھا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ

مربعی علاقے کا رقبہ = ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی

$= a \times a$

$= a^2$

= ضلع کی لمبائی کا مربع

اگر $a = 3cm$ ہو تو

مربعی علاقے کا رقبہ $= 3^2$

$= 3 \times 3$

$= 9cm^2$

اسی طرح اگر ضلع کی لمبائی 4 میٹر ہو تو اوپر دیے گئے فارمولے کو استعمال کرتے ہوئے ہم مربعی علاقے کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

مربعی علاقے کا رقبہ $= 4^2$

$= 4\times4$

$= 16$ مربع میٹر

ہم نے قوتوں کے قوانین اخذ کرتے ہوئے سیکھا ہے کہ

$a^2=a\times a$ (a کا مربع یا a کی طاقت دو)

$7^2=7\times7$ (7 کا مربع یا 7 کی طاقت دو)

$5^2=5\times5$ (5 کا مربع یا 5 کی طاقت دو)

اس تمام بحث سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ

کسی عدد کے مربع سے مراد اس عدد کی اسی عدد سے ایک بار ضرب ہے۔

یا

کسی عدد کا مربع ہم اس عدد کو اسی عدد سے ایک بار ضرب دے کر معلوم کر سکتے ہیں۔ مثلاً اگر x ایک مثبت عدد ہو تو اسکا مربع x $x^2=x\times x$ ہوگا۔

کسی عدد کا مربع لکھنے کے بعد ہم اس عدد کا جذر لیتے ہیں۔ جذر کے لیے علامت " $\sqrt{\ }$ " استعمال ہوتی ہے۔ جذر اور مربع ایک دوسرے کے مخالف عمل ہیں۔ اگر کوئی عدد مربع کی شکل میں لکھا ہوا ہو تو اسکا جذر وہ عدد ہوتا ہے جس کا مربع لیا گیا ہو۔

مثلاً 7^2 کا جذر 7 ہے یعنی

$$\sqrt{7^2}=7$$

اسی طرح 5^2 کا جذر 5 ہوگا۔

اور $(12)^2$ کا جذر 12 ہوگا ۔

اور کسی عدد کا مربع لینے کے لیے اس عدد کو اسی عدد سے ایک بار ضرب دی جاتی ہے۔

مثلاً $12 \times 12 = (12)^2$ وغیرہ۔

مثال 1: 7 کا مربع معلوم کیجیے۔

حل: 7 کا مربع $= 7^2$

$= 7 \times 7$

$= 49$

مثال 2: سامنے والے مربعی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

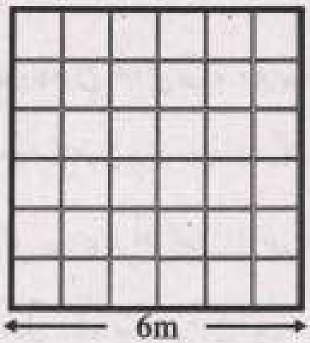
حل: مربعی علاقے کے ضلع کی لمبائی $= 6m$

مربعی علاقے کا رقبہ $=$ (لمبائی)^2

$= (6)^2$

$= 6 \times 6$

$= 36m^2$



مثال 3: 4^2 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: $\sqrt{4^2} = 4$

مثال 4: $(11)^2$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: $\sqrt{(11)^2} = 11$

مشق 4.1

-1 خالی خانے پُر کریں۔

(i) $3^2=$ ☐ (ii) $6^2=$ ☐ (iii) $8^2=$ ☐

(iv) $9^2=$ ☐ (v) $10^2=$ ☐ (vi) $4^2=$ ☐

-2 مندرجہ ذیل اعداد کا مربع معلوم کیجیے۔

(i)	11	(ii)	12	(iii)	13	(iv)	14
(v)	15	(vi)	16	(vii)	18	(viii)	20
(ix)	19	(x)	21	(xi)	32	(xii)	35
(xiii)	42	(xiv)	75	(xv)	105	(xvi)	220

-3 خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) $\sqrt{(8)^2}=$ ☐ (ii) $\sqrt{(6)^2}=$ ☐ (iii) $\sqrt{(10)^2}=$ ☐

(iv) $\sqrt{(12)^2}=$ ☐ (v) $\sqrt{(15)^2}=$ ☐ (vi) $\sqrt{(22)^2}=$ ☐

4.2 جذر معلوم کرنا (Finding Square Root)

ہم مندرجہ ذیل کا جذر معلوم کرنا سیکھیں گے۔

(i) قدرتی اعداد (ii) کسور عام

(iii) کسور اعشاریہ

آیئے اب ان کا جذر معلوم کرنا سیکھتے ہیں۔

4.2.1 قدرتی اعداد، جو مکمل مربع ہوں، کا جذر معلوم کرنا

(Finding the Square Root of Natural Numbers which are Perfect Square)

ہم نے اعداد کا مربع معلوم کرنے کا طریقہ سیکھا ہے۔ اب ہم ایسے قدرتی اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا سیکھیں گے جو مکمل مربع ہوں گے۔

جذر معلوم کرنے کے لیے دیئے گئے عدد کی تجزی کی جاتی ہے اور اس کے بعد تجزی کو اعداد کے مربع کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ مثلاً $49 = 7 \times 7 = 7^2$

7	49
	7

اب طرفین کا جذر لیتے ہیں۔ (جذر کے لیے علامت " $\sqrt{}$ " استعمال ہوتی ہے۔)

$$\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7} = \sqrt{7^2}$$
$$= 7$$

جذر کے اندر والی رقم مجذور اور جذر کے نتیجے میں حاصل ہونے والی رقم جذر المربع یا مختصراً جذر کہلاتی ہے۔

یاد رکھیے:

> جذر اور مربع معلوم کرنا ایک دوسرے کے مخالف عمل ہیں۔

مثال 1: 36 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 2^2 \times 3^2$

(طرفین کا جذر لینے سے) $\sqrt{36} = \sqrt{2^2 \times 3^2}$

$= 2 \times 3$

$= 6$

2	36
2	18
3	9
	3

یاد رکھیے:

$\sqrt{1} = 1$

کیونکہ $(1)^2 = 1$

پڑتال: جذر لینے سے حاصل ہونے والے عدد کا مربع لینے سے اگر حاصل ضرب اس عدد کے برابر آ جائے جس کا جذر لیا ہے تو جواب درست ہوگا۔

مثلاً

$$\sqrt{36} = \sqrt{6 \times 6} = \sqrt{6^2} = 6$$

پڑتال:

$$(6)^2 = 6 \times 6$$

$$= 36$$

مثال 2: 256 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: پہلے 256 کی تجزی معلوم کرتے ہیں۔

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$$256 = \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2}$$

(مربع کی شکل میں لکھنے سے)

$$256 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$

(طرفین کا جذر لینے سے)

$$\sqrt{256} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 16$$

پڑتال: ہم جذر کے صحیح ہونے کی پڑتال اس طرح کر سکتے ہیں کہ اگر جذر لینے کے بعد حاصل ہونے والے عدد کو اسی عدد سے ضرب دی جائے تو حاصل ضرب اس عدد کے برابر ہونا چاہیے جس کا جذر لیا گیا ہے۔

مثلاً

$$16 \times 16 = 256$$

یاد رکھیے:

(i) $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ جبکہ a اور b مثبت اعداد ہیں۔

(ii) تجزی کو مربع کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

مثال 3:   1936 کا جذر معلوم کیجیے۔

2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
	11

حل:

$$1936 = \underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{11\times 11}$$

$$= 2^2 \times 2^2 \times 11^2$$

$$\sqrt{1936} = \sqrt{2^2\times 2^2\times 11^2}$$

$$= 2\times 2\times 11$$

$$= 44$$

پڑتال:

$$(44)^2 = 44\times 44$$

$$= 1936$$

مثال 4:   پڑتال کیجیے۔

$$\sqrt{64\times 225} = \sqrt{64}\times\sqrt{225}$$

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

حل:

$$\sqrt{64\times 225} = \sqrt{(\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2})\times(\underbrace{3\times 3}\times\underbrace{5\times 5})}$$

$$= \sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2\times 3^2\times 5^2}$$

$$= 2\times 2\times 2\times 3\times 5$$

$$= 120$$

3	225
3	75
5	25
	5

$$\sqrt{64}\times\sqrt{225} = \sqrt{2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2}\times\sqrt{3\times 3\times 5\times 5}$$

$$= \sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2}\times\sqrt{3^2\times 5^2}$$

$$= 2\times 2\times 2\times 3\times 5$$

$$= 8\times 15 = 120$$

پس

$$\sqrt{64\times 225} = \sqrt{64}\times\sqrt{225}$$

مشق 4.2

مندرجہ ذیل کا جذر معلوم کیجیے۔

1. 16	2. 81	3. 100	4. 121
5. 169	6. 144	7. 225	8. 196
9. 289	10. 400	11. 441	12. 576
13. 484	14. 625	15. 676	16. 841
17. 900	18. 1089	19. 1024	20. 1225
21. 1600	22. 2500	23.4096	24. 4356
25. 4900	26. 12100	27. 14400	28. 25600

پڑتال کیجیے۔

29. $\sqrt{9\times16}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}$ 30. $\sqrt{81\times64}=\sqrt{81}\times\sqrt{64}$

31. $\sqrt{49\times100}=\sqrt{49}\times\sqrt{100}$ 32. $\sqrt{121\times144}=\sqrt{121}\times\sqrt{144}$

4.2.2 کسور عام، جو مکمل مربع ہوں، کا جذر معلوم کرنا

(Finding Square Root of Common Fractions which are Perfect Square)

ہم جانتے ہیں کہ کسور عام تین قسم کی ہوتی ہیں۔

(i) واجب کسور (ii) غیر واجب کسور (iii) مخلوط کسور

واجب اور غیر واجب کسور کا جذر معلوم کرنے کے لیے ہم شمار کنندہ اور مخرج کا علیحدہ علیحدہ جذر معلوم کر کے ان کی کسر لیتے ہیں۔ جبکہ مخلوط کسور کو پہلے ہم غیر واجب کسور میں تبدیل کر کے جذر معلوم کرتے ہیں۔

یاد رکھیے: کسر عام کا جذر = $\dfrac{\text{کسر کے شمار کنندہ کا جذر}}{\text{کسر کے مخرج کا جذر}}$

آیئے مثالوں کی مدد سے کسور عام کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ سیکھتے ہیں۔

مثال 1: $\dfrac{81}{144}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

$$\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{144}}$$

اس لیے

$$= \frac{\sqrt{3\times3\times3\times3}}{\sqrt{2\times2\times2\times2\times3\times3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3^2\times3^2}}{\sqrt{2^2\times2^2\times3^2}}$$

$$= \frac{3\times3}{2\times2\times3}$$

$$= \frac{3}{4}$$

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

3	81
3	27
3	9
	3

پس: $81 = 3\times3\times3\times3$

پس: $144 = 2\times2\times2\times2\times3\times3$

مثال 2: $\dfrac{169}{49}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

$$\sqrt{\frac{169}{49}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{49}}$$

$$= \frac{\sqrt{13\times13}}{\sqrt{7\times7}}$$

$$= \frac{\sqrt{13^2}}{\sqrt{7^2}}$$

$$= \frac{13}{7}$$

$$= 1\frac{6}{7}$$

پڑتال: $\left(1\frac{6}{7}\right)^2 = 1\frac{6}{7}\times 1\frac{6}{7} = \frac{13}{7}\times\frac{13}{7}$

$$= \frac{13\times 13}{7\times 7} = \frac{169}{49}$$

مثال 3: $3\frac{13}{81}$ کا جذر معلوم کیجیے۔

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

3	81
3	27
3	9
	3

پس: $81 = 3\times 3\times 3\times 3$

پس: $256 = 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2$

حل: $\sqrt{3\frac{13}{81}} = \sqrt{\frac{256}{81}}$

$$= \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{81}}$$

$$= \frac{\sqrt{2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2}}{\sqrt{3\times 3\times 3\times 3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2\times 2^2}}{\sqrt{3^2\times 3^2}}$$

$$= \frac{2\times 2\times 2\times 2}{3\times 3}$$

$$= \frac{16}{9}$$

$$= 1\frac{7}{9}$$

پڑتال: $\left(1\frac{7}{9}\right)^2 = 1\frac{7}{9}\times 1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}\times\frac{16}{9}$

$$= \frac{16\times 16}{9\times 9} = \frac{256}{81} = 3\frac{13}{81}$$

مشق 4.3

مندرجہ ذیل کا جذر معلوم کیجیے۔

1. $\frac{25}{36}$	2. $\frac{36}{81}$	3. $\frac{16}{144}$	4. $\frac{64}{169}$
5. $\frac{256}{625}$	6. $\frac{400}{1225}$	7. $\frac{3025}{900}$	8. $\frac{4096}{1225}$
9. $\frac{4356}{1296}$	10. $10\frac{9}{16}$	11. $40\frac{24}{25}$	12. $3\frac{121}{576}$

4.2.3 کسور اعشاریہ، جو مکمل مربع ہوں، کا جذر معلوم کرنا

(Finding Square Root of Decimal Fractions which are Perfect Square)

کسور اعشاریہ کو کسور عام میں تبدیل کرنے کا طریقہ ہم پچھلی جماعتوں میں سیکھ چکے ہیں۔ کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے سے پہلے کسور اعشاریہ کو کسور عام میں تبدیل کرتے ہیں۔ اس کے بعد ان کسور عام کا جذر معلوم کرکے اس کو کسور اعشاریہ میں لکھتے ہیں۔ آئیے اس طریقہ کو مثالوں کی مدد سے سیکھتے ہیں۔

مثال 1: 1.44 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

$$\sqrt{1.44} = \sqrt{\frac{144}{100}}$$

اس لیے

$$= \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{2\times2\times2\times2\times3\times3}}{\sqrt{2\times2\times5\times5}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^2\times2^2\times3^2}}{\sqrt{2^2\times5^2}}$$

$$= \frac{2\times2\times3}{2\times5}$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

2	100
2	50
5	25
	5

پس: $100 = 2\times2\times5\times5$

پس: $144 = 2\times2\times2\times2\times3\times3$

پڑتال:
$$(1.2)^2 = 1.2 \times 1.2$$
$$= 1.44$$

مثال 2: 20.25 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
	5

پس $2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

اور $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$$\sqrt{20.25} = \sqrt{\frac{2025}{100}}$$

اس لیے
$$= \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{100}}$$
$$= \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 5 \times 5}}$$
$$= \frac{\sqrt{3^2 \times 3^2 \times 5^2}}{\sqrt{2^2 \times 5^2}}$$
$$= \frac{3 \times 3 \times 5}{2 \times 5}$$
$$= \frac{45}{10} = 4.5$$

پڑتال:
$$(4.5)^2 = 4.5 \times 4.5$$
$$= 20.25$$

مشق 4.4

مندرجہ ذیل کا جذر معلوم کیجیے۔

1. 1.96 2. 2.25 3. 2.56 4. 12.96
5. 4.84 6. 5.76 7. 10.24 8. 19.36
9. 18.49 10. 23.04 11. 30.25 12. 43.56

4.3 جذر کے متعلق عبارتی سوالات حل کرنا

(Solving Word Problems related to Square Root)

آیئے اب ہم روز مرہ زندگی سے متعلق ایسے عبارتی سوالات حل کرتے ہیں جن میں جذر کا استعمال ہو۔

مثال 1: ایک مربعی علاقے کا رقبہ 4.41 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{مربعی علاقے کا رقبہ} = (\text{ضلع کی لمبائی})^2$$

چنانچہ

$$\text{مربعی علاقے کا رقبہ} = 4.41 \text{ مربع میٹر}$$

$$(\text{ضلع کی لمبائی})^2 = 4.41 \text{ مربع میٹر}$$

$$= \frac{441}{100} \text{ مربع میٹر}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\sqrt{(\text{ضلع کی لمبائی})^2} = \sqrt{\frac{441}{100}} = \frac{\sqrt{441}}{\sqrt{100}} \text{ میٹر}$$

اس لیے

$$\text{ضلع کی لمبائی} = \frac{\sqrt{3\times3\times7\times7}}{\sqrt{2\times2\times5\times5}} \text{ میٹر}$$

$$= \frac{\sqrt{3^2\times7^2}}{\sqrt{2^2\times5^2}} \text{ میٹر}$$

$$= \frac{3\times7}{2\times5} \text{ میٹر}$$

$$= \frac{21}{10} \text{ میٹر}$$

$$= 2.1 \text{ میٹر}$$

3	441
3	147
7	49
	7

$441 = 3\times3\times7\times7$

پڑتال: $(2.1)^2 = 2.1\times2.1$
$= 4.41$

مثال 2: 256 طلبا کو کس طرح بٹھایا جائے کہ قطاروں کی تعداد اور ہر قطار میں طلبا کی تعداد باہم برابر ہو؟ نیز ہر قطار میں طلبا کی تعداد بتایئے۔

حل: چونکہ

قطاروں کی تعداد x قطار میں طلبا کی تعداد = طلبا کی کل تعداد

جبکہ

قطاروں کی تعداد = ایک قطار میں طلبا کی تعداد

چونکہ قطاروں کی تعداد اور ہر قطار میں طلبا کی تعداد برابر ہے۔ اسلئے ایک قطار میں طلبا کی تعداد معلوم کرنے کے لیے 256 کا جذر لیں گے۔

ایک قطار میں طلبا کی تعداد = $\sqrt{256}$

$=\sqrt{\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}}$

$=\sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2\times 2^2}$

$=2\times 2\times 2\times 2$

$=16$ طلبا

پس ایک قطار میں طلبا کی تعداد 16 ہے۔

اسی طرح قطاروں کی تعداد بھی 16 ہے۔

پڑتال: $16\times 16=256$

مشق 4.5

1. ایک مربعی علاقے کا رقبہ 12.96 مربع میٹر ہے۔ اس کے ہر ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

2. ایک مربعی شکل کے رومال کا رقبہ 43.56 مربع سم ہے۔ اس کی ایک طرف لمبائی معلوم کیجیے۔

3. ایک مربعی علاقے کا رقبہ 11025 مربع میٹر ہے۔ اس کے ہر ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

4. ایک مربعی کھیت کا رقبہ ایک مستطیل کے رقبے کے برابر ہے جس کی لمبائی 243 میٹر اور چوڑائی 27 میٹر ہے۔ مربع کے ایک ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

5. ایک مربعی کھیت کا رقبہ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے رقبہ کا دوگنا ہے۔ مربع کے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے جبکہ مثلث کا قاعدہ 25 میٹر اور اس کا ارتفاع 16 میٹر ہے۔

6. کلاس کے 49 طلبا کو اسطرح بٹھایئے کہ قطاروں کی تعداد اور ہر قطار میں طلبا کی تعداد باہم برابر ہوں۔ ہر قطار میں طلبا کی تعداد معلوم کیجیے۔ (استاد طلبا کو اس طرح بٹھا کر سرگرمی کروائے اور مشاہدہ کروائے)

7. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 1600 مربع میٹر ہے۔ اسکا احاطہ معلوم کیجیے۔

8. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 6400 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لیے کتنی لمبی تار درکار ہو گی؟

9. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 400 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لیے تار کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ تار کی قیمت 5 روپے فی میٹر ہے۔

یونٹ 5

فیصد (Percentage)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1۔ قیمت خرید، قیمت فروخت اور نفع و نقصان کا تصور
2۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کرنا جبکہ قیمت خرید اور قیمت فروخت دی گئی ہو
3۔ قیمت فروخت معلوم کرنا جبکہ قیمت خرید اور نفع یا نقصان فیصد دیا گیا ہو
4۔ قیمت خرید معلوم کرنا جبکہ قیمت فروخت اور نفع یا نقصان فیصد دیا گیا ہو

5.1 قیمت خرید، قیمت فروخت اور نفع ونقصان کے تصورات

(Concepts of Cost price, Sale price, Profit and Loss)

آیئے مندرجہ ذیل تصورات کو سیکھتے ہیں۔

(i) قیمت خرید اور قیمت فروخت

(ii) نفع اور نقصان

5.1.1 قیمت خرید اور قیمت فروخت (Cost price and Sale price)

آیئے ہم قیمت خرید اور قیمت فروخت کے تصورات کے متعلق سیکھتے ہیں۔

اسلم نے ایک سائیکل زاہد سے 2500 روپے کی خریدی اور انور کو 2800 روپے میں فروخت کر دی۔ اسلم نے زاہد کو جو رقم (2500 روپے) ادا کی وہ قیمت خرید ہے۔ اور اسلم نے انور کو جس رقم (2800 روپے) کے عوض فروخت کی یہ قیمت فروخت ہے۔ بالفاظ دیگر وہ رقم جس کے عوض کوئی چیز خریدی جاتی ہے وہ قیمت خرید کہلاتی ہے۔ اور وہ رقم جس کے عوض کوئی چیز فروخت کی جاتی ہے قیمت فروخت کہلاتی ہے۔

5.1.2 نفع اور نقصان (Profit and Loss)

آیئے ہم نفع ونقصان کے تصورات کے متعلق سیکھتے ہیں۔

ہم نے روزمرہ اشیا کے استعمال میں دیکھا ہے کہ ان کی قیمتوں میں تبدیلی ہوتی رہتی ہے۔ کئی دفعہ دکاندار سستی چیزیں خرید لیتا ہے۔ اور ان کی قیمت بڑھنے پر ان کو مہنگے داموں فروخت کرتا ہے۔ جس سے دکاندار کو نفع حاصل ہوتا ہے۔ اگر قیمتیں گر جائیں تو اصل قیمت سے کم قیمت پر چیز فروخت کرنے سے دکاندار کو نقصان ہوتا ہے۔

پس

قیمت خرید اور قیمت فروخت میں فرق کو نفع یا نقصان کہتے ہیں۔

یاد رکھیے:

اگر قیمت خرید، قیمت فروخت سے کم ہو تو ان کا فرق نفع ہوگا۔

اگر قیمت خرید، قیمت فروخت سے زیادہ ہو تو ان کا فرق نقصان ہوگا۔

آیئے مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

1. شاہ زیب نے 500روپے کے کھلونے خرید کر گلزیب کو 600روپے میں فروخت کیے۔اس سودے میں شاہ زیب کو 100روپے نفع حاصل ہوا۔

2. شہریار نے ایک فراک 300روپے کی خریدی اور اس میں نقص کی وجہ 200روپے میں فروخت کی۔اس سودے میں شہریار کو 100روپے کا نقصان ہوا۔

5.2 نفع یا نقصان فی صد معلوم کرنا جبکہ قیمت خرید اور قیمت فروخت معلوم ہو

(Findin gProfit or Loss Percent when Cost Price and Sale Price are given)

ہم جانتے ہیں کہ

قیمت خرید- قیمت فروخت = نفع

قیمت فروخت - قیمت خرید = نقصان

نفع اور نقصان فیصد معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل فارمولوں کا استعمال کرتے ہیں۔

$$\text{نفع فیصد} = \frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\text{نقصان فیصد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

آیئے ان فارمولوں کو استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل مثالیں حل کرتے ہیں۔

مثال 1: عائشہ نے ایک گاڑی 175000 روپے میں خریدی۔ اس نے ضرورت پڑنے پر 137500 روپے کی فروخت کردی۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

حل:

گاڑی کی قیمت خرید = 175000 روپے

گاڑی کی قیمت فروخت = 137500 روپے

چونکہ قیمت خرید، قیمت فروخت سے زیادہ ہے اس لیے اس سودے میں عائشہ کو نقصان ہوا۔

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

$$=175000-137500$$

= 37500 روپے

$$\text{نقصان فیصد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{37500}{175000} \times 100$$

$$= \frac{3750}{175}$$

$$= 21\frac{3}{7}\%$$

مثال 2: سرور نے ایک پلاٹ 5,60,000 روپے کا خرید کر 6,70,000 روپے میں فروخت کر دیا۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

حل:

پلاٹ کی قیمت خرید = 560,000 روپے

پلاٹ کی قیمت فروخت = 670,000 روپے

قیمت فروخت، قیمت خرید سے زیادہ ہے اس لئے سرور کو اس سودے میں نفع حاصل ہوا۔

نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

$= 670{,}000 - 560{,}000$

= 110,000 روپے

$$\text{نفع فیصد} = \frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{110000}{560000} \times 100$$

$$= \frac{1100}{56}$$

$$= \frac{275}{14}$$

$$= 19\frac{9}{14}\%$$

یاد رکھیے:

نفع یا نقصان قیمت خرید پر ہوتا ہے۔

مشق 5.1

1. منظور نے ایک موٹر سائیکل 45000 روپے کی خرید کر 50,000 روپے میں فروخت کردی۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

2. مریم نے ایک ہار 15500 روپے میں خریدا۔ گھریلو ضرورت کی بنا پر اس نے 14300 روپے کا فروخت کردیا۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

3. عدنان نے 50 کاپیاں 750 روپے کے عوض خریدیں۔ اس نے ہر کاپی بعوض 20 روپے فروخت کی۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

4. بلال نے 30 کتابیں 600 روپے میں خریدیں۔ ان میں سے 20 کتابیں بحساب 20 روپے فی کتاب اور باقی کتب 10 روپے فی کتاب کے حساب سے فروخت کیں۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

5. عرفان نے دو بکرے بالترتیب 6000 روپے اور 5000 روپے میں خریدے اور ان کو 10000 روپے کے عوض فروخت کردیا۔ نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے۔

6. سعدیہ کے اکاؤنٹ میں 150,000 روپے تھے۔ سال بعد اسکے اکاؤنٹ میں 160,000 روپے تھے۔ اس کا نفع فیصد معلوم کیجیے۔

7. شاہد نے ایک گاڑی 120,000 روپے میں خریدی۔ 20000 روپے اس کی مرمت پر خرچ کیے۔ اس گاڑی کو 160,000 روپے میں فروخت کردیا۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

8. خالدہ نے ایک گھر 350,000 روپے کا خریدا۔ اسکے دو حصے تھے۔ اس نے ہر حصے کو 200,000 روپے میں فروخت کر دیا۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

5.3 قیمت فروخت معلوم کرنا جبکہ قیمت خرید اور نفع یا نقصان فیصد معلوم ہو

(Finding Sale Price when Cost Price and Profit or Loss Percent are given)

اس میں ہمیں قیمت خرید کے ساتھ نفع یا نقصان فی صد دیا ہوتا ہے۔ ہم قیمت فروخت معلوم کرتے ہیں۔ اس مقصد کے لیے ہم ایک فرضی قیمت خرید 100 روپے لیتے ہیں اور اس کے متعلقہ نفع یا نقصان کو بالترتیب جمع اور تفریق کر کے قیمت فروخت معلوم کرتے ہیں۔ اب ان معلومات سے اکائی کا قاعدہ استعمال کرتے ہوئے قیمت فروخت معلوم کرتے ہیں۔

اس طریقہ کار کو مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد سے سیکھتے ہیں۔

مثال 1: کاشف نے ایک سائیکل 1600 روپے میں خریدی اس نے 20% نفع پر فروخت کر دی۔ قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل:

فرض کیا قیمت خرید = 100 روپے

نفع = 20%

(اگر قیمت خرید 100 ہو) قیمت فروخت = 100+20

= 120 روپے

اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو قیمت فروخت = 120 روپے

اگر قیمت خرید 1 روپے ہو تو قیمت فروخت = $\frac{120}{100}$ روپے

اگر قیمت خرید 1600 روپے ہو تو قیمت فروخت = $\frac{120}{100}\times1600$

= 1920 روپے

مثال 2: گلزیب نے ایک مکان 1,50,000 کا خریدا۔ %10 نقصان پر فروخت کر دیا۔ قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل: روپے 100 = فرض کیا قیمت خرید

%10 = نقصان

100−10 = قیمت فروخت (اگر قیمت خرید 100 روپے ہو)

= 90 روپے

روپے 90 = اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو قیمت فروخت

روپے $\frac{90}{100}$ = اگر قیمت خرید 1 روپے ہو تو قیمت فروخت

$\frac{90}{100}\times 150000$ = اگر قیمت خرید 1,50,000 روپے ہو تو قیمت فروخت

= 135000 روپے

یاد رکھیے:

(i) اگر نفع فیصد میں ہو تو قیمت فروخت معلوم کرنے کے لیے نفع کو قیمت خرید (یعنی 100) میں جمع کیا جاتا ہے مثلاً x فیصد نفع کے لیے

$100+x$ = قیمت فروخت

(ii) اگر نقصان فی صد میں ہو تو قیمت فروخت معلوم کرنے کے لیے نقصان کو قیمت خرید (یعنی 100) میں سے تفریق کرتے ہیں مثلاً x فیصد نقصان کے لیے

$100-x$ = قیمت فروخت

مشق 5.2

1. قیمت فروخت معلوم کیجیے اگر

(i) قیمت خرید 600 روپے اور نفع 10% ہو

(ii) قیمت خرید 60500 روپے اور نقصان 12% ہو

(iii) نفع 5% اور قیمت خرید 120,000 روپے ہو

(iv) نقصان 1.5% اور قیمت خرید 15000 روپے ہو

(v) قیمت خرید 162000 اور نفع 12.5% ہو

(vi) قیمت خرید 36500 روپے اور نقصان 4.5% ہو

2. کوثر نے ایک گھڑی 1800 روپے کی خرید کر 10% نفع پر فروخت کر دی۔ گھڑی کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

3. انور کے کھاتے میں 50,000 روپے تھے۔ 3.5 فیصد نفع ملنے پر رقم کتنی بن گئی؟

4. مقصود نے 132000 روپے کا ایک مکان خرید کر 2% نفع پر فروخت کر دیا۔ مکان کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

5. شہباز نے زمین کا ایک ٹکڑا 300000 روپے میں خرید کر 1% نقصان پر فروخت کر دیا۔ قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

5.4 قیمت خرید معلوم کرنا جبکہ قیمت فروخت اور نفع یا نقصان فیصد معلوم ہو

(Finding Cost Price when Sale Price and Profit or Loss Percent are given)

قیمت خرید معلوم کرنے کے لیے قیمت فروخت معلوم کرنے کے طریقہ کار کو استعمال کیا جاتا ہے۔

اس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کرتے ہیں۔

مثال 1: شہزاد ایک دکان 44000 روپے میں فروخت کر کے 10% نفع حاصل کرتا ہے۔ دکان کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل:

فرض کیا دکان کی قیمت خرید	=	100 روپے
نفع	=	10 %
قیمت فروخت (اگر قیمت خرید 100 روپے ہو)	=	(100+10) روپے
	=	110 روپے
اگر قیمت فروخت 110 روپے ہو تو قیمت خرید	=	100 روپے
اگر قیمت فروخت 1 روپے ہو تو قیمت خرید	=	$\frac{100}{110}$ روپے
اگر قیمت فروخت 44000 روپے ہو تو قیمت خرید	=	$\frac{100}{110} \times 44000$ روپے
	=	40000 روپے

مثال 2: ندیم نے ایک کمپیوٹر 25000 روپے کا فروخت کیا جس پر اسے 20% نقصان ہوا۔ کمپیوٹر کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل:

فرض کیا قیمت خرید	=	100 روپے
نقصان	=	20 %
قیمت فروخت (اگر قیمت خرید 100 روپے ہو)	=	(100 - 20) روپے
	=	80 روپے
اگر قیمت فروخت 80 روپے ہو تو قیمت خرید	=	100 روپے

اگر قیمت فروخت 1 روپے ہوتو قیمت خرید $= \frac{100}{80}$ روپے

اگر قیمت فروخت 25000 روپے ہوتو قیمت خرید $= \frac{100}{80} \times 25000$ روپے

$= 31250$ روپے

سرگرمی:

مندرجہ بالا تمام مثالیں تناسب کو استعمال کرتے ہوئے حل کیجیے۔

مشق 5.3

1. قیمت خرید معلوم کیجیے اگر

(i) قیمت فروخت 45720 روپے اور نفع 3.5% ہو۔

(ii) قیمت فروخت 17450 روپے اور نقصان 2.5% ہو۔

(iii) نقصان 10% اور قیمت فروخت 75425 روپے ہو۔

(iv) نفع 15% اور قیمت فروخت 112300 روپے ہو۔

(v) قیمت فروخت 30500 روپے اور نقصان $7\frac{1}{2}$ % ہو۔

(vi) قیمت فروخت 120315 روپے اور نفع 5% ہو۔

2. ادریس نے ایک گائے 24500 روپے میں فروخت کی۔ اسے 20% نفع ہوا۔ گائے کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

3. فیاض نے ایک پلاٹ 2.5% نقصان پر 81000 روپے کا فروخت کیا۔ پلاٹ کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

4. شہریار نے ایک موٹر سائیکل 12.5% نفع حاصل کر کے 51520 روپے میں فروخت کی موٹر سائیکل کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔

5. جہانزیب نے ایک بوری آلو 2% نقصان پر 1200 روپے کی فروخت کی۔ آلو کی بوری کی قیمت خرید معلوم کیجیے اگر بوری میں 100 کلوگرام آلو ہوں تو 1 کلوگرام آلو کی قیمت خرید بھی معلوم کیجیے۔

یونٹ 6

نسبت اور تناسب
(Ratio and Proportion)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1۔ مسلسل نسبت کا تصور

2۔ مسلسل نسبت کا استعمال کرتے ہوئے کسی مقدار کو نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا

3۔ مرکب شراکت کا تصور

4۔ مسلسل نسبت اور مرکب شراکت داری سے متعلقہ عبارتی سوالات

ذرا سوچ کر بتایئے:

اگر ایک بانس کو دو حصوں میں کاٹنے پر 5 منٹ صرف ہوتے ہیں۔ تو اسے 4 حصوں میں کاٹنے پر کتنا ٹائم لگے گا؟

6.1 مسلسل نسبت کا تصور (Concept of Continued Ratio)

پچھلی جماعت میں ہم دو ارکان کے درمیان نسبت کا تصور اور کسی مقدار کو دی گئی نسبت کے مطابق تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ آیئے اب مسلسل نسبت کے بارے میں سیکھتے ہیں۔

اگر تین مقداروں a,b,c کے لیے دو دو کی آپس کی نسبت یعنی a : b اور b : c دی گئی ہو تو تینوں کی آپس کی نسبت a : b : c ان کی مسلسل نسبت کہلاتی ہے۔

اس کو اسطرح بھی ظاہر کرتے ہیں۔

a	:	b		
		b	:	c
a	:	b	:	c

دونوں نسبتوں کا مشترک رکن ان کا متناظرہ رکن کہلاتا ہے۔

مثال 1: آمنہ اور عائشہ کی عمروں میں 1:2 ہے جبکہ عائشہ اور فاطمہ کی عمروں میں 2:3 ہے تینوں کی عمروں میں مسلسل نسبت معلوم کریں اور یہ بھی بتایئے کہ آمنہ اور فاطمہ کی عمروں میں کیا نسبت ہوگی؟

حل:

آمنہ اور عائشہ کی عمروں میں نسبت	1	:	2
عائشہ اور فاطمہ کی عمروں میں نسبت	2	:	3

غور کیجیے کہ اِن دونوں نسبتوں میں عائشہ کی عمر مشترک رکن ہے اور چونکہ عائشہ کی عمر کو ظاہر کرنے والا رکن "2" بھی دونوں نسبتوں میں مشترک ہے لہذا اس کو درمیان میں لکھ کر نسبتوں کو اِسطرح لکھ سکتے ہیں۔

	فاطمہ		عائشہ		آمنہ
			2	:	1
	3	:	2		
مسلسل نسبت	3	:	2	:	1

آمنہ اور فاطمہ کی عمروں میں 3 : 1 ہوگی۔

اگر دونوں نسبتوں میں مشترک رکن کے متناظرہ ارکان ایک جیسے نہ ہوں تو دونوں نسبتوں کے ارکان کو ایسے اعداد سے ضرب دی جاتی ہے کہ مشترک رکن کے متناظرہ ارکان ایک جیسے ہو جائیں۔ اس طریقہ کی وضاحت درج ذیل مثال سے کرتے ہے۔

مثال 2: عدیل اور ظفر کی عمروں میں 2:3 ہے جبکہ ظفر اور سلیم کی عمروں میں 5:4 ہے۔ تینوں کی عمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

حل: دونوں نسبتوں میں ظفر کی عمر چونکہ مشترک رکن ہے لہٰذا اُس کو درمیان میں لکھ کر نسبتوں کو اوپر تلے لکھنے سے:

عدیل		ظفر		سلیم
2	:	3		
		5	:	4

دونوں نسبتوں میں ظفر کی عمر کے متناظرہ ارکان 3 اور 5 کو ایک جیسا بنانے کے لیے پہلی نسبت کے دونوں ارکان کو 5 سے اور دوسری نسبت کے دونون ارکان کو 3 سے ضرب دے کر لکھنے سے

عدیل		ظفر		سلیم
2×5	:	3×5		
		5×3	:	4×3
10	:	15	:	12

مثال 3: $a : b : c$ معلوم کیجیے جبکہ

$$c : b = 3 : 8 \qquad a : b = 5 : 6$$

حل: دونوں نسبتوں میں b چونکہ مشترک رکن ہے لہذا اُسے درمیان میں رکھنے کے لیے پہلے b:c معلوم کرنا ہوگی۔

$$c : b = 3 : 8$$

$$b : c = 8 : 3$$

اس لیے

a	:	b	:	c
5	:	6		
		8	:	3

دونوں نسبتوں میں b کے متناظرہ ارکان 6 اور 8 کو ایک جیسا یعنی 24 بنانے کے لیے پہلی نسبت کو 4 سے اور دوسری نسبت کو 3 سے ضرب دیجیے۔

a	:	b	:	c
5×4	:	6×4	:	
		8×3	:	3×3
20	:	24	:	9

$$a : b : c = 20 : 24 : 9$$

مثال 4: $x : y : z$ معلوم کیجیے

جبکہ $y : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ ، $x : y = \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$

حل:

$$x : y = \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$$

$$= 12 \times \frac{1}{4} : 12 \times \frac{1}{3}$$ (نسبت کے دونوں ارکان کو 12 سے ضرب دی)

$$= 3 : 4$$

$y : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ (5،2 کے ذو اضعاف اقل 10 سے ضرب دینے سے)

$= 10 \times \frac{1}{2} : 10 \times \frac{1}{5}$

$= 5 : 2$

	x	:	y	:	z
	3	:	4		
			5	:	2
مسلسل نسبت	3×5	:	4×5	:	4×2
	15	:	20	:	8

مشق 6.1

1. $l : m : n$ معلوم کیجیے جبکہ

(i) $l : m = 5 : 2$, $m : n = 3 : 5$

(ii) $m : n = 1 : 2$, $n : l = 3 : 4$

(iii) $l : n = 2 : 3$, $m : n = 3 : 1$

2. $a:b:c$ معلوم کیجیے جبکہ

(i) $a : b = 3 : 4$, $c : b = 5 : 6$

(ii) $a : b = 10 : 1$, $b : c = 8 : 3$

(iii) $a : c = 3 : 2$, $b : c = 1 : 4$

3. x : y : z معلوم کیجیے جبکہ

(i) $x : y = \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$, $y : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$

(ii) $y : z = \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$, $x : z = \frac{1}{2} : \frac{3}{2}$

(iii) $z : x = \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$, $y : x = \frac{1}{6} : \frac{1}{7}$

4. A اور B کے حصوں میں 5 اور 11 کی نسبت ہے اور B اور C کے حصوں میں 9 اور 10 کی نسبت ہے۔ A ، B اور C کے حصوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

5. ایک شخص کی آمدنی اور اخراجات میں 4:3 ہے جبکہ اس کی بچت اور آمدنی میں 1:4 ہے۔ اس کی آمدنی، اخراجات اور بچت میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

6. دائرے کے قطر اور رداس میں 2:1 ہوتی ہے جبکہ قطر اور محیط میں 7:22 ہوتی ہے۔ قطر، رداس اور محیط میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

7. ایسی مستطیل جس کی چوڑائی اور لمبائی میں 8 : 5 ہو گولڈن مستطیل کہلاتی ہے۔ اگر کسی گولڈن مستطیل کی چوڑائی 10 سینٹی میٹر ہو تو معلوم کیجیے۔

(i) اُس کی لمبائی (ii) اُس کا رقبہ (iii) اُس کا احاطہ

(iv) چوڑائی اور احاطہ میں نسبت (v) لمبائی اور احاطہ میں نسبت

(vi) لمبائی، چوڑائی اور احاطہ میں مسلسل نسبت

آپ کو معلوم ہے؟

گولڈن مستطیل کے اصول پر بنی ہوئی عمارتیں دیکھنے میں خوبصورت لگتی ہیں۔

6.3 مسلسل نسبت کو استعمال کرتے ہوئے کسی مقدار کو نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا

(Dividing a Quantity into given Ratios by applying Continued Ratio)

کسی مقدار کو نسبتی حصوں میں تقسیم کرنے کے لیے مسلسل نسبت کے استعمال کی وضاحت درج ذیل مثال سے ہوتی ہے۔

مثال 1: عدنان، ذیشان اور ارسلان میں 5000 روپے اس طرح تقسیم کریں کہ ارسلان کو ذیشان سے دوگنا اور ذیشان کو عدنان سے تین گنا ملے۔

حل:

ارسلان	:	ذیشان	:	عدنان	
2		1			ذیشان کو 1 حصہ تو ارسلان کو 2 حصے ملیں گے۔
		3	:	1	عدنان کو 1 حصہ تو ذیشان کو 3 حصے ملیں گے۔
6	:	3	:	1	مسلسل نسبت

نسبتی مجموعہ $= 1+3+6 = 10$

کل رقم $= 5000$ روپے

عدنان کا حصہ $= \frac{1}{10} \times 5000$ روپے

$= 500$ روپے

ذیشان کا حصہ $= \frac{3}{10} \times 5000$ روپے

$= 1500$ روپے

ارسلان کا حصہ $= \frac{6}{10} \times 5000$ روپے

$= 3000$ روپے

پڑتال: $500+1500+3000=5000$

مثال 2: 5800 روپے فرقان، فریال اور عمر خیام میں کس طرح تقسیم کیے جائیں کہ فرقان کو 2 تو فریال کو 3 حصے ملیں جبکہ فریال کو 4 تو عمر خیام کو 3 حصے ملیں؟

حل: عمر خیام : فریال : فرقان

$$
\begin{array}{ccccc}
2 & : & 3 & & \\
 & & 4 & : & 3 \\
\hline
8 & : & 12 & : & 9
\end{array}
$$

مسلسل نسبت

نسبتی مجموعہ $= 8 + 12 + 9 = 29$

کل رقم $=$ 5800 روپے

فرقان کا حصہ $= \frac{8}{29} \times 5800 = 8 \times 200$ روپے

$=$ 1600 روپے

فریال کا حصہ $= \frac{12}{29} \times 5800$ روپے

$= 12 \times 200$ روپے

$=$ 2400 روپے

عمر خیام کا حصہ $= \frac{9}{29} \times 5800$ روپے

$= 9 \times 200$ روپے

$=$ 1800 روپے

پڑتال: $1600 + 2400 + 1800 = 5800$

مشق 6.2

1. 442 روپے اکرم، اسلم اور انور میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ

اکرم کا حصہ : اسلم کا حصہ = 2:3 ، اسلم کا حصہ : انور کا حصہ = 4:3

2. ایک مثلث کے زاویہ A اور زاویہ B کی مقداروں میں 2:3 ہے جبکہ زاویہ C اور زاویہ B کی مقداروں میں 1:3 ہے۔ تینوں زاویوں کی مقداریں بتائیے۔

3. ایک آمیزے میں چینی اور میدے کی مقداروں میں 1:1.5 ہے اور میدے اور آٹے کی مقداروں میں 1:2 ہے۔ اُن کی مسلسل نسبت معلوم کیجیے اور بتایئے کہ $5\frac{1}{2}$ کلو آمیزے میں چینی، میدے اور آٹے کی کیا مقداریں ہوں گی؟

4. فاروق کے لباس، تعلیم اور خوراک پر اخراجات میں نسبت اس طرح سے ہے۔

لباس پر خرچ : خوراک پر خرچ = 3 : 1

لباس پر خرچ : تعلیم پر خرچ = 5 : 2

اگر اُس کی آمدنی 20,000 روپے ماہانہ ہو اور وہ دوسری مختلف ضروریات پر 5000 روپے خرچ کرکے 2000 روپے بچاتا ہو تو لباس، خوراک اور تعلیم پر اُس کے اخراجات بتائیے۔

5. ایک عمارت بناتے ہوئے سیمنٹ اور ریت کی مقداروں میں 1:4 ہے جبکہ بجری اور ریت کی مقداروں میں نسبت 3 : 2 ہے۔ بجری، ریت اور سیمنٹ کی مقداروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے۔

6. مدیحہ، اکرام اور ضرغام میں 9300 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کریں کہ اگر مدیحہ کو ایک تو اکرام کو 3 روپے اور اکرام کو 4 تو ضرغام کو 5 روپے ملیں۔

7. طٰحہٰ، حرا، ضحٰی اور طیب میں 8200 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کریں کہ طٰحہٰ کو حرا سے دوگنا، حرا کو ضحٰی سے 3 گنا اور ضحٰی کو طیب سے 4 گنا ملے۔

6.4 مرکب شراکت (Compound Partnership)

کسی کاروبار میں ایک سے زیادہ اشخاص کا مختلف مالیت کا سرمایہ مختلف نسبتوں سے مختلف مدتوں کے لیے استعمال ہو رہا ہو تو اُن کے نفع و نقصان کی مالیت بھی مختلف ہوتی ہے۔ اس قسم کی شراکت داری کو مرکب شراکت کہتے ہیں۔

اُن کے نفع و نقصان معلوم کرنے کے طریقہ کی وضاحت درج ذیل مثال سے ہوتی ہے۔

مثال 1: صادق اور اعجاز نے ایک کاروبار میں 16,000 روپے فی کس لگائے۔ 6 ماہ بعد افتخار بھی 20,000 روپے لگا کر کاروبار میں شریک ہو گیا۔ سال کے آخر میں 4200 روپے کے منافع میں ہر ایک کا حصہ بتائیے۔

حل: 12 ماہ کے لیے صادق کا سرمایہ $= 12 \times 16000$ روپے

12 ماہ کے لیے اعجاز کا سرمایہ $= 12 \times 16000$ روپے

6 ماہ کے لیے افتخار کا سرمایہ $= 6 \times 20000$ روپے

صادق	:	اعجاز	:	افتخار	
12×16000	:	12×16000	:	6×20000	
192000	:	192000	:	120000	تمام ارکان کو 1000 پر تقسیم کیا۔
192	:	192	:	120	
24	:	24	:	15	تمام ارکان کو 8 پر تقسیم کیا۔
8	:	8	:	5	تمام ارکان کو 3 پر تقسیم کیا۔

نسبتی مجموعہ $= 8+8+5=21$

کل منافع $= 4200$ روپے

صادق کا حصہ $= \frac{8}{21} \times 4200$ روپے

$= 8 \times 200$ روپے

$= 1600$ روپے

اعجاز کا حصہ $= \frac{8}{21} \times 4200$ روپے

$= 8 \times 200$ روپے

$= 1600$ روپے

افتخار کا حصہ $= \frac{5}{21} \times 4200$ روپے

5×200 روپے

$= 1000$ روپے

پڑتال: $1600+1600+1000=4200$

مثال 2: 186 میٹر کپڑے کو تین حصوں میں اس طرح تقسیم کریں کہ پہلے حصے کا دوگنا، دوسرے کا تین گنا اور تیسرے کا 5 گنا باہم برابر ہوں۔

حل: فرض کیا مطلوبہ حصے بالترتیب x، y اور z ہیں

$2x =$ پہلے حصے کا دوگنا

$3y =$ دوسرے حصے کا تین گنا

$5z =$ تیسرے حصے کا 5 گنا

دی ہوئی شرائط کے مطابق

$$2x = 3y = 5z$$

$$\frac{2x}{30} = \frac{3y}{30} = \frac{5z}{30}$$ (تینوں کو 2، 3 اور 5 کے ذو اضعاف اقل 30 پر تقسیم کیا)

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$$

مطلوبہ حصوں میں نسبت $= x : y : z$

$= 15 : 10 : 6$

نسبتی مجموعہ $= 15 + 10 + 6$

$= 31$

پہلا حصہ $= \frac{15}{31} \times 186$

$= 15 \times 6$

$= 90$

دوسرا حصہ $= \frac{10}{31} \times 186$

$= 10 \times 6$

$= 60$

تیسرا حصہ $= \frac{6}{31} \times 186$

$= 6 \times 6$

$= 36$

مشق 6.3

1. انور اور اصغر نے ایک کاروبار بالترتیب 4000 روپے اور 6000 روپے لگا کر کیا۔ سال کے آخر میں اگر انہیں 1000 روپے نقصان ہو تو ہر ایک کو کتنا نقصان ہوا؟

2. علی اور وسیم نے ایک کاروبار دس ہزار روپے فی کس کی شراکت سے شروع کیا وسیم نے 6 ماہ بعد اپنا سرمایہ واپس لے لیا اُس کے 4 ماہ بعد حساب کیا گیا تو 3200 روپے منافع ہوا دونوں کی منافع کی رقم بتایئے۔

3. خاقان، ذیشان اور اکرام نے ایک کاروبار بالترتیب 2:3:4 کی نسبت سے سرمایہ لگا کر کیا۔ اگر خاقان اپنا سرمایہ 8 ماہ بعد واپس لے لے تو سال کے آخر میں 25000 روپے کے منافع میں سے ہر ایک کا حصہ بتایئے۔

4. ایک چراگاہ کو علی، احمد اور رضا نے مل کر 3550 روپے میں ٹھیکہ پر لیا اگر علی اور احمد کی بکریوں کی تعداد میں 5:6 ہو اور احمد اور رضا کی بکریوں کی تعداد میں 8:9 ہو تو بتایئے ہر ایک نے کتنی کتنی رقم ادا کی؟

5. 3720 روپے کی رقم کو تین حصوں میں اسطرح تقسیم کریں کہ پہلے حصے کا دو گنا، دوسرے حصے کا تین گنا اور تیسرے حصے کا 5 گنا باہم برابر ہوں۔

6. 1856 روپے کی رقم کو چار حصوں میں اس طرح تقسیم کریں کہ پہلے کا دوگنا، دوسرے کا تین گنا، تیسرے کا چار گنا اور چوتھے کا آٹھ گنا باہم برابر ہوں۔

7. 936روپے تین حصوں x, y اور z کا مجموعہ ہے۔ اگر

$$3x = 4y = 6z$$

ہوتو x, y اور z کی قیمتیں معلوم کریں۔

یونٹ 7

الجبرا
(Algebra)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1- کثیر رقمی کا تصور اور اُس کا درجہ
2- کثیر رقمی کی ترتیب
3- دو اور دو سے زیادہ کثیر رقمیوں کی جمع
4- ایک کثیر رقمی میں سے دوسری کثیر رقمی کی تفریق
5- ایک درجی کثیر رقمی کی ایک یا دو درجی کثیر رقمی سے ضرب
6- تین درجی کثیر رقمی کی ایک درجی کثیر رقمی سے تقسیم
7- الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا
8- علامتی جملے کا تصور
9- ایک متغیر پر مشتمل ایک درجی مساوات بنانا
10- ایک متغیر پر مشتمل ایک درجی مساوات کا حل
11- روزمرہ زندگی سے متعلقہ مسائل میں ایک درجی مساوات کے حل کا استعمال

7.1 کثیر رقمی کا تصور اور اس کا درجہ

(Concept of Polynomial and its degree)

ایسا الجبری جملہ جس میں ایک یا ایک سے زیادہ رقوم موجود ہوں اور اُن میں موجود متغیر یا متغیرات کے قوت نما صفر یا مثبت صحیح اعداد ہوں کثیر رقمی کہلاتی ہے۔ اگرچہ لفظ کثیر رقمی (Polynomial) معنی کے لحاظ سے دو سے زیادہ رقوم کے لئے استعمال ہونا چاہیے لیکن ریاضی میں اسے اصطلاحاً ایک یا دو رقموں کے لیے بھی استعمال کرتے ہیں۔

ذیل میں دی گئی رقموں پر غور کیجیے۔

(i) $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3$ (ii) $3x^2 + 4xy + y^2$

(iii) $3x + \frac{2}{5}$ (iv) $y + \frac{1}{y}$

(v) $x^{\frac{1}{2}} + 5x$ (vi) $x^{-3} + x^2 + 2x$

ان میں سے (i)، (ii) اور (iii) تو کثیر رقمیاں ہیں جبکہ (iv)، (v) اور (vi) کثیر رقمیاں نہیں ہیں کیونکہ ان میں دیے گئے متغیرات کے قوت نما بالترتیب -1، $\frac{1}{2}$ اور -3 ہیں جو کہ مثبت صحیح اعداد نہیں ہیں۔

نوٹ کثیر رقمی میں عددی سروں کا مثبت اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔

ایک متغیر x والی کثیر رقمی کو عموماً P(x) سے ظاہر کرتے ہیں اور اس طرح لکھتے ہیں۔

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n$$

اس میں $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ وغیرہ کوئی سے اعداد ہیں اور "n" ایک مثبت صحیح عدد ہے۔

متغیر x کا سب سے بڑا قوت نما "n" کثیر رقمی کا درجہ کہلاتا ہے۔ بشرطیکہ x^n کا عددی سر a_0 صفر نہ ہو۔ مثلاً $3x^4+4x+5$ کا درجہ "4" اور $x + 3$ کا درجہ "1" ہوگا

ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ ایک ہو ایک درجی کثیر رقمی (Linear Polynomial) کہلاتی ہے۔

جملے میں موجود دو یا دو سے زیادہ متغیرات کے حاصل ضرب پر مشتمل رقوم کی صورت میں اُن کے قوت نماؤں کا مجموعہ جو کہ مقدار میں سب سے بڑا ہو گا کثیر رقمی کا درجہ کہلائے گا۔ مثلاً x^2y+xy^3 میں سب سے بڑا قوت نما $3+1=4$ ہے۔ پس اس کا درجہ " 4 " ہو گا۔

ایسا جملہ جو صرف ایک ہی مستقل مقدار پر مشتمل ہو صفر درجے کی کثیر رقمی کہلاتا ہے کیونکہ $ax^0 = a$ صفر بھی ایک کثیر رقمی ہے لیکن اس کے ساتھ کوئی درجہ مربوط نہیں کیا جا سکتا کیونکہ کسی بھی درجہ کی کثیر رقمی کے تمام عددی سر اگر صفر ہو جائیں تو یہ صفر ہو جائے گی۔ مثلاً: $0.x^3+0.x^2+0.x=0$ یا $0.y^4=0$

مشق 7.1

1. مندرجہ ذیل میں سے کون سے جملے کثیر رقمیاں ہیں؟

(i) x^2+3x+4 (ii) $xy+\frac{x}{y}$

(iii) $x^2+\frac{1}{x^2}+3$ (iv) $2x+3$

(v) 8 (vi) $5\sqrt{x}+3$

(vii) $2+3y+y^2$ (viii) $x-\frac{x^3}{3}-\frac{3}{5}$

(ix) $2x+\frac{1}{x}$ (x) $-3-2x$

2. مندرجہ ذیل کثیر رقمیوں کے درجے بتائیے۔

(i) $x^2 + xy^2 + 3$ (ii) $3x + 2$

(iii) $4 + 2x^2$ (iv) $3x + 5xy$

(v) $4z + 3z^3 + \frac{1}{2}z^2$ (vi) $2x^2 - \frac{1}{2}x$

(vii) $x^3y + y^2x + x^5$ (viii) $3x - \frac{1}{5}x^2$

(ix) $5 + 3x$ (x) 2

3. مندرجہ ذیل کثیر رقمیوں کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $2x^2 + 3(x^2 + 5x)$ (ii) $3x - 4(3 + 4x)$

(iii) $2x^3 - 3x^2 + 5(x^3 - 2x)$ (iv) $7x + \frac{x}{2} + \frac{1}{5}(x - 1)$

(v) $4 + 5x - \frac{1}{3}x$ (vi) $6x^3 + 2x - 3x^3 + 4$

7.2 کثیر رقمی کی ترتیب (Order of a Polynomial)

کثیر رقمی کو متغیر کے قوت نما کے لحاظ سے دو طرح ترتیب دیا جاتا ہے۔

(i) ترتیب صعودی (Ascending order)

(ii) ترتیب نزولی (Descending order)

(i) ترتیب صعودی (Ascending order)

کثیر رقمی کی ایسی ترتیب جس میں اُس کی رقوم میں متغیر والی رقم کا درجہ بائیں سے دائیں بتدریج بڑھ رہا ہو، اُس کی ترتیب صعودی کہلاتی ہے۔

(ii) ترتیب نزولی (Descending order)

کثیر رقمی کی ایسی ترتیب جس میں اُس کی رقوم میں متغیر والی رقم کا درجہ بائیں سے دائیں بتدریج کم ہو رہا ہو، اُس کی ترتیب نزولی کہلاتی ہے

مثلاً کثیر رقمی $3x+5x^3+x^2+2$ کی دونوں طرح کی ترتیب نیچے دی گئی ہے۔

ترتیب صعودی $=$ $2+3x+x^2+5x^3$

ترتیب نزولی $=$ $5x^3+x^2+3x+2$

دو یا دو سے زائد متغیرات کی صورت میں کثیر رقمی کو کسی ایک متغیر کے لحاظ سے ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

مثلاً کثیر رقمی $3x^3y^4+2x^2y^5+4y^2+3x^4$ کی

(x کے لحاظ سے ترتیب نزولی) $3x^4+x^3y^4+2x^2y^5+4y^2$

(y کے لحاظ سے ترتیب نزولی) $2x^2y^5+x^3y^4+4y^2+3x^4$

کثیر رقمیوں کی آپس میں جمع، تفریق، ضرب، تقسیم کرتے وقت انہیں ترتیب نزولی میں لکھ لینا ان عوامل میں سہولت کا باعث بنتا ہے۔

7.3 کثیر رقمیوں کی جمع (Addition of Polynomials)

دو یا دو سے زائد کثیر رقمیوں کو جمع کرتے وقت

(i) تمام کثیر رقمیوں کو ترتیب نزولی میں اوپر تلے اس طرح لکھیں کہ ایک جیسی رقوم ایک ہی کالم میں آئیں مثلاً

$$\begin{array}{ccccc} x^2 & + & x & + & 4 \\ 2x^2 & + & 3x & + & 2 \end{array}$$

(ii) متغیر کی جس قوت نما والی رقم کثیر رقتی میں موجود نہ ہو اُسے عددی سر صفر کے ساتھ لکھیں۔

مثلاً x^3+x میں چونکہ x^2 والی رقم موجود نہیں ہے لہٰذا اسے x^3+0x^2+x لکھیں۔

(iii) ایک جیسی رقوم کے عددی سروں کو جمع کر کے اُن کے ساتھ لکھیں۔

مثال 1: $5+3x^2+2x$ اور $3x+4+2x^3$ کو جمع کریں۔

حل:

$$\begin{array}{ccccccccl} 0x^3 & + & 3x^2 & + & 2x & + & 5 & & \text{پہلی کثیر رقتی کو ترتیب نزولی میں لکھا} \\ 2x^3 & + & 0x^2 & + & 3x & + & 4 & & \text{دوسری کثیر رقتی کو ترتیب نزولی میں لکھا} \\ \hline (0+2)x^3 & + & (3+0)x^2 & + & (2+3)x & + & (5+4) & & \text{ایک جیسی رقوم کے عددی سروں کو جمع کیا} \\ \hline 2x^3 & + & 3x^2 & + & 5x & + & 9 & & \end{array}$$

مثال 2: $3+5x^2+3x^3$، $2+3x-4x^3$ اور $5+3x^2-2x$ کو جمع کریں۔

حل:

$$\begin{array}{ccccccc} 3x^3 & + & 5x^2 & + & 0x & + & 3 \\ 4x^3 & + & 0x^2 & - & 3x & + & 2 \\ 0x^3 & - & 3x^2 & + & 2x & + & 5 \\ \hline (3+4+0)x^3 & + & (5+0-3)x^2 & + & (0-3+2)x & + & (3+2+5) \\ \hline 7x^3 & + & 2x^2 & - & x & + & 10 \end{array}$$

مثال 3: $7 + 3y - 5y^2$، $3 - 2y + 2y^2 -$ اور $5 - 6y - 4y^2$ کو جمع کریں۔

حل:

$$\begin{array}{rcrcr} 5y^2 & - & 3y & + & 7 \\ -2y^2 & + & 2y & - & 3 \\ 4y^2 & - & 6y & - & 5 \\ \hline 7y^2 & - & 7y & - & 1 \\ \hline \end{array}$$

7.4 ایک کثیر رقمی کو دوسری کثیر رقمی میں سے تفریق کرنا

(Subtraction of one Polynomial from an other Polynomial)

(i) کثیر رقمیوں کو کسی ایک ترتیب (ترتیب صعودی یا نزولی) میں کر کے اس طرح لکھیں کہ تفریق کی جانے والی کثیر رقمی نیچے والی لائن میں آئے۔

(ii) تفریق کی جانے والی کثیر رقمی کی علامتیں تبدیل کریں۔ اور تبدیل شدہ علامتیں استعمال کرتے ہوئے دونوں کو جمع کر لیں۔

مثال 1: $5x^2+7x+9$ میں سے $4x+3x^2-3$ کو تفریق کریں۔

حل:

$$\begin{array}{rrr} 5x^2 & + \ 7x & + \ 9 \\ \pm\ 3x^2 & \pm \ 4x & \mp \ 3 \\ \hline (5-3)x^2 & + (7-4)x & + \ (9+3) \\ \hline 2x^2 & + \ 3x & + \ 12 \\ \hline \end{array}$$

مثال 2: $7y^2-6y-8$ میں سے $3y^2+2y-3$ کو تفریق کریں۔

حل:

$$\begin{array}{rrr} 7y^2 & - \ 6y & - \ 8 \\ \pm\ 3y^2 & \pm \ 2y & \mp \ 3 \\ \hline 4y^2 & - \ 8y & - \ 5 \\ \hline \end{array}$$

مشق 7.2

1. ہر سوال میں دی گئی کثیر رقمیوں کا مجموعہ معلوم کریں۔

(i)	x^2-4x-1	, $3x^2+2x+9$
(ii)	$p-2q+3r$	, $2p-3q+4r$
(iii)	x^3+5x^2-3	, $10-2x+4x^2$
(iv)	$4a+3-3a^3-2a^2$	, $2a^3-5a^2+7$
(v)	$5x-4y$	, $6y-3z,\quad 3z+4x$
(vi)	x^3+2x^2+3	, $4x^2-3x+2,\quad 2x^3-4x-x^2$
(vii)	y^3-3y^2+2y	, $y^2-3y+4,\quad 2y-y^3+5$

2. پہلے جملے میں سے دوسرا جملہ تفریق کیجیے۔

(i)	$2x^2-x-1$	, $3x^2+3x+3$
(ii)	$a-2b+3c$	, $3a+4b-4c$
(iii)	$3x^2+2x-4$	, $x^3-5x-3x^2+6$
(iv)	a^4+3a^2+7	, $6a^3+2a^4-3a^2+a^2-9$
(v)	$7x^2+3x-2$	, x^4+4x^3+2x+7

7.5 ایک یا دو درجی کثیر رقمی کی ایک درجی کثیر رقمی سے ضرب

(Multiplication of a linear Polynomial by a linear or a quadratic polynomial)

آیئے درج ذیل مثالوں سے ضرب کا طریقہ سیکھتے ہیں۔

مثال 1: $x+2$ کو $x-3$ سے ضرب دیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{rrr} x & +\ 2 & \\ \times x & -\ 3 & \\ \hline x^2 & +\ 2x & \\ & -\ 3x & -\ 6 \\ \hline x^2 & -\ x & -\ 6 \\ \hline \end{array}$$

مثال 2: x^2+2x+3 کو $x-2$ سے ضرب دیں۔

حل:

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
x^2 & + & 2x & + & 3 & & \\
\times\, x & - & 2 & & & & \\
\hline
x^3 & + & 2x^2 & + & 3x & & \\
 & - & 2x^2 & - & 4x & - & 6 \\
\hline
x^3 & & & - & x & - & 6 \\
\hline
\end{array}
$$

مثال 3: $2x+3$ کو x^2+5x+2 سے ضرب دیں۔

حل:

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
x^2 & + & 5x & + & 2 & & \\
\times\, 2x & + & 3 & & & & \\
\hline
2x^3 & + & 10x^2 & + & 4x & & \\
 & + & 3x^2 & + & 15x & + & 6 \\
\hline
2x^3 & + & 13x^2 & + & 19x & + & 6 \\
\hline
\end{array}
$$

مثال 4: $2x^2+5$ کو $x-3$ سے ضرب دیں۔

حل:

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
2x^2 & + & 0.x & + & 5 & & \\
\times\, x & - & 3 & & & & \\
\hline
2x^3 & + & 0x^2 & + & 5x & & \\
 & - & 6x^2 & - & 0x & -15 & \\
\hline
2x^3 & - & 6x^2 & + & 5x & -15 & \\
\end{array}
$$

مشق 7.3

.1 مختصر کیجیے۔

(i) $(3x+4)(2x-1)$	(ii) $(x+2)(x-2)$
(iii) $(y-1)(y^2+y+1)$	(iv) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
(v) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	(vi) $(x+y)(x-y)$
(vii) $(x+y)(x^2+2xy+y^2)$	(viii) $(x-y)(x^2-2xy+y^2)$
(ix) $(3a-4b)(3a+4b)$	(x) $(2b-1)(4b^2+2b+1)$
(xi) $(p+q+r)(p^2+q^2+r^2)$	(xii) $(l+m)(l^2-lm+m^2)$
(xiii) $(3-x)(2x-x^2+3)$	(xiv) $(1-2x)(1+2x)$

.2 x^2+2x+3 اور $4x+5$ کے مجموعہ کو $2x+1$ سے ضرب دیں۔

.3 $x-1$ اور x^2+x+1 کے حاصل ضرب کو x^2+2x+3 میں جمع کریں۔

.4 $(2x-5)$ اور $(3x+2)$ کے حاصل ضرب کو $6x^2-5x+3$ میں سے تفریق کریں۔

7.6 تین درجی کثیر رقمیوں کی ایک درجی کثیر رقمی سے تقسیم

(Division of Third degree Polynomial by a Linear Polynomial)

مثال 1: کثیر رقمی x^3+3x^2+5x کو ایک رقمی x پر تقسیم کریں۔

حل:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 3x + 5 \\
\hline
x & x^3 + 3x^2 + 5x \\
 & \pm x^3 \\
\hline
 & 3x^2 + 5x \\
 & \pm 3x^2 \\
\hline
 & + 5x \\
 & \pm 5x \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

مثال 2: $2x+2$ کو $x+1$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2 \\
\hline
x+1 & 2x+2 \\
 & \pm 2x \pm 2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

مثال 3: x^2+3x+2 کو $x+2$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+1 \\
\hline
x+2 & x^2 + 3x + 2 \\
 & \pm x^2 \pm 2x \\
\hline
 & x + 2 \\
 & \pm x \pm 2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

مثال 4: $8x^3+2x+2$ کو $2x+1$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$\frac{8x^3}{2x}=4x^2$$

$$4x^2(2x+1)=8x^3+4x^2$$

$$\frac{-4x^2}{2x}=-2x$$

$$-2x(2x+1)=-4x^2-2x$$

$$\frac{4x}{2x}=2$$

$$2(2x+1)=4x+2$$

$$4x^2-2x+2$$

$$2x+1\,\big)\,8x^3+0.x^2+2x+2$$

$$\pm 8x^3 \pm 4x^2$$

$$-4x^2+2x+2$$

$$\mp 4x^2 \mp 2x$$

$$4x+2$$

$$\pm 4x \pm 2$$

$$0$$

مثال 5: x^3+1 کو $x+1$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$x^2-x+1$$

$$x+1\,\big)\,x^3+0.x^2+0x+1$$

$$\pm x^3 \pm x^2$$

$$-x^2+0x+1$$

$$\mp x^2 \mp x$$

$$x+1$$

$$\pm x \pm 1$$

$$0$$

مشق 7.4

1. حل کیجیے۔

(i) $(x^2+2x+1) \div (x+1)$ (ii) $(4x^2+4x+1)\div(2x+1)$

(iii) $(6x^2+7x+4)\div(2x+1)$ (iv) $(9x^2+6x+1)\div(3x+1)$

(v) $(9x^2-6x+1)\div(3x-1)$ (vi) $(x^2+16x+64)\div(x+8)$

(vii) $(25x^2+30x+9)\div(5x+3)$ (viii) $(9x^2-30x+25)\div(3x-5)$

(ix) $(x^3+3x^2+3x+1)\div(x+1)$ (x) $(x^3+3x^2-3x-1)\div(x-1)$

(xi) $(x^3+1)\div(x+1)$ (xii) $(x^3-1)\div(x-1)$

(xiii) $(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3)\div(x-y)$ (xiv) $(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)\div(x+y)$

7.7 الجبری جملوں کی قیمتیں (Values of Algebraic Expressions)

کسی الجبری جملہ میں متغیر یا متغیرات کی جگہ اگر کوئی مخصوص اعداد رکھے جائیں تو ایک عددی حاصل ہوتا ہے۔ یہ عدد اُن مخصوص اعداد کے لیے اس جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مثلاً۔ $3x+2$ میں x کی جگہ اگر "4" رکھ دیا جائے تو

$$3x+2 = 3(4) + 2$$

$$= 12 + 2$$

$$= 14$$

تو x کی قیمت "4" کے لیے "$3x+2$" کی قیمت "14" ہوگی۔

مثال 1: $3x+4y+2z$ کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ $x=2$, $y=3$, $z=4$

حل: $3x+4y+2z = 3(2) + 4(3) + 2(4)$ (x, y, z کی جگہ اُن کی قیمتیں رکھنے سے)

$= 6 + 12 + 8$

$= 26$

مثال 2: $a^2-b^2+3c^2$ کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ

$a=1$, $b=3$, $c=4$

حل: یہاں $a=1$، $b=3$ اور $c=4$

اس لئے $a^2-b^2+3c^2 = (1)^2-(3)^2+3(4)^2$

$= 1-9+3(16)$

$= 1-9+48$

$= 40$

مثال 3: $x+\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ $x=3$

حل: یہاں $x=3$

اس لیے $x+\frac{1}{x} = 3+\frac{1}{3}$

$= \frac{9+1}{3}$

$= \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

مشق 7.5

1. اگر $x=3$، $y=-1$، $z=2$ ہو تو مندرجہ ذیل الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $2x+5y$ (ii) $3x-4y^2+2z$

(iii) $4x^2-3x+\frac{3}{z}$ (iv) $\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(y+\frac{1}{y}\right)+\left(z+\frac{1}{z}\right)$

(v) $x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz$

(vi) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)$

2. اگر $a=4$، $b=3$، $c=5$ ہو تو مندرجہ ذیل الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $a(b+c)$ (ii) $a^2(b-c)$

(iii) $3ab(a^2-b^2)$ (iv) $(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

(v) $(a+b+c)(a-b-c)$ (vi) $(b^2-2bc+c^2)(b-c)$

(vii) $ab(2b-c+a)$ (viii) $\frac{a+b}{c}+\frac{a-b}{c}$

(ix) $\frac{a+b+c}{a-b-c}$ (x) $(2a-3b+4c)\div(a+b)$

7.8 علامتی جملے کا تصور (Concept of Symbolic Expressions)

الجبرے میں بیانات کو علامتی طور پر الجبری جملوں کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔ یہ الجبری جملے علامتی جملے کہلاتے ہیں۔

مثال 1: ایک کتاب کی قیمت اگر x روپے ہے۔ تو 4 ایسی کتابوں کی قیمت $4x$ روپے ہوگی۔

مثال 2: نعیم کے پاس y روپے ہیں۔ اسے 3 روپے اور دینے کی صورت میں اس کے پاس $y+3$ روپے ہو جائیں گے۔

پہلی مثال میں جملہ "$4x$" کا استعمال 4 کتابوں کی قیمت کے لیے کیا گیا ہے اور دوسری مثال میں جملہ $y+3$ کا استعمال نعیم کے پاس موجودہ رقم کے لیے کیا گیا ہے۔

اسی طرح اگر کسی کمرہ کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب a میٹر اور b میٹر ہو تو اُس کے رقبہ کے لئے علامتی جملہ $a \times b$ مربع میٹر ہوگا۔

علامتی جملے دیے گئے بیانات کے مطابق ہی بنائے جاتے ہیں۔

مثال 3: سونیا کے پاس کچھ رقم ہے ہادیہ کے پاس اُس سے تین گنا رقم ہے اگر ہم سونیا کی رقم کو x فرض کریں تو ہادیہ کی رقم $3x$ ہوگی۔

مثال 4: ایک کمرہ کی لمبائی، چوڑائی سے 2 میٹر زیادہ ہے۔ چوڑائی کے لیے متغیر y کا استعمال کرتے ہوئے لمبائی کے لئے علامتی جملہ $(y+2)$ میٹر ہوگا۔

مشق 7.6

1. عمر خیام اپنے بھائی فرقان سے عمر میں 10 سال چھوٹا ہے۔ فرقان کی عمر کے لیے متغیر x کا استعمال کرتے ہوئے عمر خیام کی عمر کے لیے علامتی جملہ بنائیے۔
2. فریال کی عمر اپنی امی کی عمر کے ایک تہائی سے دو سال کم ہے۔ اگر اس کی امی کی عمر y سال فرض کرلی جائے تو فریال کی عمر کے لیے علامتی جملہ کیا ہوگا؟
3. ایک کتاب کی قیمت ایک کاپی کی قیمت کے دوگنا سے 4 روپے کم ہے۔ اگر کاپی کی قیمت a روپے فرض کی جائے تو کتاب کی قیمت کیا ہوگی؟
4. ایک کھیت کی لمبائی اُس کی چوڑائی کے دوگنا سے 3 میٹر کم ہے۔ چوڑائی کو x میٹر فرض کرتے ہوئے لمبائی کے لیے علامتی جملہ بنائیے

7.9 ایک درجی مساوات (Linear Equation)

ایک درجی کثیر رقمیوں پر مشتمل مساوات ایک درجی مساوات کہلاتی ہے۔ مثلاً $2x - 3 = 2$

اب ہم مساوات کا بنانے کا طریقہ سیکھتے ہیں۔

7.9.1 ایک متغیر میں ایک درجی مساوات بنانا

(Formation of Linear Equation in one Variable)

ایک درجی مساوات کے طرفین میں موجود کثیر رقمیاں اگر ایک ہی متغیر پر مشتمل ہوں تو یہ ایک متغیر میں ایک درجی مساوات کہلاتی ہے۔

مثال : ایک عدد کے دوگنا میں 4 جمع کرنے سے 10 حاصل ہوتا ہے مساوات بنائیے۔

حل:

فرض کیا عدد $= x$

عدد کا دوگنا $= 2x$

4 جمع کرنے سے نیا عدد $= 2x+4$

دی ہوئی شرط کے مطابق $2x+4=10$

پس مطلوبہ مساوات $2x+4=10$ ہے۔

7.10 ایک متغیر میں ایک درجی مساوات کا حل

(Solution of a Linear Equation in one Variable)

مساوات ایک کھلا فقرہ ہے اس کے حل سے مراد اس میں موجود متغیر کی وہ قیمت معلوم کرنا ہے جو اس کو درست فقرہ بنا دے۔ متغیر کی اس قیمت پر مشتمل سیٹ کو مساوات کا حل سیٹ کہتے ہیں۔

یاد رکھیے (i) مساوات کے طرفین میں ایک ہی عدد جمع یا تفریق کرنے سے مساوات بدلتی نہیں ہے۔

یعنی $2x - 3 = 5$

$\Rightarrow 2x - 3 + 3 = 5 + 3$ (طرفین میں 3 جمع کرنے سے)

اور $3x + 2 = 8$

$3x + 2 - 2 = 8 - 2$ (طرفین میں سے 2 تفریق کرنے سے)

(ii) مساوات کے طرفین کو ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے سے مساوات بدلتی نہیں ہے۔

یعنی $\frac{1}{3}x = 4$

$3 \times \frac{1}{3}x = 3 \times 4$ (طرفین کو 3 سے ضرب دینے سے)

اور $5x = 10$

$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$ (طرفین کو 5 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 1: حل سیٹ معلوم کریں۔

$$8x + 3 = 5x + 9$$

حل: $8x + 3 = 5x + 9$

یا $8x + 3 - 3 = 5x + 9 - 3$ (طرفین سے 3 تفریق کرنے سے)

یا $8x = 5x + 6$

یا $8x - 5x = 5x + 6 - 5x$

یا $3x = 6$ (طرفین سے 5x تفریق کرنے سے)

یا $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$

یا $x = 2$ (طرفین کو 3 پر تقسیم کرنے سے)

پس حل سیٹ { 2 } ہے۔

پڑتال: مساوات میں x کی قیمت 2 رکھنے سے

$$8(2)+3=5(2)+9$$
$$16+3=10+9$$
$$19=19$$

پس x=2 متغیر کی وہ قیمت ہے جو اس مساوات کو درست فقرہ بناتی ہے۔

مثال 2: مساوات 3x-2=2x+3 کا حل سیٹ معلوم کریں۔

حل:
$$3x-2=2x+3$$

یا $3x-2+2=2x+3+2$

$$3x=2x+5$$
$$3x-2x=2x+5-2x$$

یا $x=5$

پس حل سیٹ { 5 } ہے۔

مشق 7.7

1. مندرجہ ذیل مساواتوں کے حل سیٹ معلوم کیجیے۔

(i) $2x+5=7$ (ii) $\frac{1}{3}x-2=\frac{1}{6}$

(iii) $3x-4=7x-24$ (iv) $8x-10=7x-3(x+2)$

(v) $7(x+2)-5(x+3)=9(4-x)$ (vi) $3(t-3)+5(t-5)=4t-2$

(vii) $7y+3(y-4)=2y-4$ (viii) $2a+3(a+2)=4(a-3)$

(ix) $\frac{x}{2}=3+\frac{x}{4}$ (x) $\frac{x+2}{3}=\frac{x+1}{5}$

7.11 روزمرہ زندگی سے متعلقہ مسائل میں ایک درجی مساوات کے حل کا استعمال
(Solution of Linear Equation related to daily life Problems)

مثال 1: حفصہ نے 10 کتابیں خریدیں اُس نے دکاندار کو 100 روپے دیے۔ جس میں سے دکاندار نے 25 روپے اُسے واپس کر دیے۔ بتایئے اُس نے ایک کتاب کتنے روپے میں خریدی؟

حل:

فرض کیا ایک کتاب کی قیمت = x روپے

10 کتابوں کی قیمت = $10x$ روپے

کل رقم جو دکاندار کو دی = 100 روپے

بقایا رقم = 25 روپے

دی ہوئی شرائط کے مطابق

$$10x + 25 = 100$$

یا $$10x = 100 - 25$$

یا $$10x = 75$$

یا $$x = \frac{75}{10} = 7.50$$ روپے

پس ایک کتاب کی قیمت 7.50 روپے ہے۔

مثال 2: ایک عدد کے تین گنا سے 3 تفریق کرنے سے عدد 12 حاصل ہوتا ہے۔ عدد بتایئے۔

حل:

فرض کیا عدد = x

عدد کا تین گنا = $3x$

3 تفریق کرنے سے = $3x-3$

$$3x - 3 = 12$$ (دی ہوئی شرط کے مطابق)

یا $$3x = 12 + 3$$

یا $$3x = 15$$

یا $$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

پس مطلوبہ عدد 5 ہے۔

مثال 3: فاطمہ اور عائشہ کے پاس کل 80 روپے ہیں۔ اگر عائشہ کے پاس فاطمہ کی نسبت 4 گنا رقم ہو تو بتایے دونوں کے پاس کتنی کتنی رقم ہے؟

حل:

فرض کیا فاطمہ کی رقم = x روپے

عائشہ کی رقم = $4x$ روپے

کل رقم = $x+4x$ روپے

دی ہوئی شرط کے مطابق

$$x + 4x = 80$$

یا $5x = 80$

یا $\frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 80$

یا $x = 16$

پس فاطمہ کے پاس 16 روپے اور عائشہ کے پاس 64 روپے ہیں۔

پڑتال: $16 + 64 = 80$

مشق 7.8

1. ایک عدد کو اُس عدد کے پانچ گنا میں جمع کرنے سے عدد 36 آتا ہے۔ عدد بتایئے؟

2. حرا کے پاس مدیحہ سے دوگنی رقم ہے۔ اگر انہیں 50 روپے اور دے دیے جائیں تو کل رقم 125 روپے ہو جاتی ہے۔ دونوں کے پاس پہلے سے کتنے کتنے روپے ہیں؟

3. ایک مثلث ABC کے زاویوں میں سے زاویہ A، زاویہ B سے مقدار میں دوگنا اور زاویہ C، زاویہ B سے مقدار میں تین گنا ہے۔ تینوں زاویوں کی مقداریں بتایئے؟

4. ایک میدان کا احاطہ 106 میٹر ہے۔ اگر اس کی لمبائی، چوڑائی سے 3 میٹر زیادہ ہو تو اُس کی لمبائی اور چوڑائی بتایئے۔

5. آصف نے کچھ قلم 10 روپے فی قلم کے حساب سے خریدے۔ اگر اس نے دکاندار کو 100 روپے دیے ہوں تو بتایئے اُس نے کتنے قلم خریدے؟

6. عروج اپنی امی سے 30 سال چھوٹی ہے۔ 6 سال بعد دونوں کی عمروں کا مجموعہ 50 سال ہو تو دونوں کی عمریں بتایئے۔

7. ایک کپ کی قیمت 8 روپے ہے اور ایک گلاس کی قیمت 12 روپے ہے۔ اگر دونوں کی ایک جیسی تعداد 120 روپے میں خریدی جائے تو کل کتنے کپ اور کتنے گلاس خریدے جائیں گے؟

یونٹ 8

جیومیٹری
(Geometry)

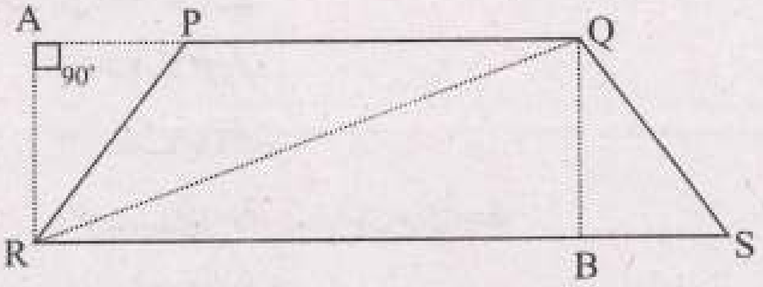
اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1. ذوذنقہ کا رقبہ معلوم کرنا
2. دائرے کے محیط کا تصور
3. دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان عددی نسبت
4. دائرے کا محیط معلوم کرنا
5. دائرے کا رقبہ معلوم کرنا
6. بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا
7. بیلن کی کل سطح کا رقبہ معلوم کرنا
8. بیلن کا حجم معلوم کرنا
9. عملی طور پر مثلث کے زاویوں کے مجموعے کی پڑتال کرنا کہ اُن کا مجموعہ 180° ہے
10. مثلث بنانا جبکہ ایک ضلع کی لمبائی اور دو زاویوں کی مقداریں معلوم ہو
11. متوازی الاضلاع بنانا جبکہ:
    i. دو متصل اضلاع کی لمبائیاں اور ان کا درمیانی زاویہ معلوم ہو
    ii. دو متصل اضلاع کی لمبائیاں اور وتر معلوم ہو

8.1 ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کرنا (Finding the Area of Trapezium)

ذوزنقہ کے بارے میں آپ پڑھ چکے ہیں۔ یہ جیومیٹری کی ایسی شکل ہے۔ جس کے دو اضلاع ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔ اس حصے میں ہم ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کرنے کا طریقہ سیکھیں گے۔

نیچے دی گئی شکل PQSR ذوزنقہ کی ہے۔



جس میں $\overline{PQ}$ اور $\overline{RS}$ متوازی اضلاع ہیں۔ نقطہ R کو Q سے ملایا اور $\overline{PQ}$ ضلع کو آگے بڑھایا جو نقطہ A پر R سے گرائے گئے عمود سے 90° کے زاویے پر ملتا ہے۔ متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ $\overline{QB}$ ہے۔ $\overline{AR}$ اور $\overline{QB}$ باہم برابر ہیں۔

چوکور PQSR پر غور کرنے سے ہمیں پتہ چلتا ہے۔ کہ یہ دو مثلثوں میں تقسیم ہے۔ جو کہ مندرجہ ذیل ہے:

(i) مثلث RQS

(ii) مثلث PQR

ان مثلثوں میں $\overline{QB}$ دونوں مثلثوں کا عمودی فاصلہ یا ارتفاع ہے۔

ذوزنقہ PQSR کا رقبہ ان دونوں مثلثوں کے رقبے کے مجموعے کے برابر ہے۔ ہم اس طرح کی مثلثوں کا رقبہ معلوم کرنا چھٹی جماعت میں سیکھ چکے ہیں۔ چنانچہ

مثلث RQS کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times m\overline{RS} \times m\overline{QB}$

مثلث PQR کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times m\overline{PQ} \times m\overline{QB}$

اس لیے

ذوزنقہ PQSR کا رقبہ = مثلث RQS کا رقبہ + مثلث PQR کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times m\overline{QB} \times m\overline{RS} + \frac{1}{2} \times m\overline{QB} + m\overline{PQ}$$

$$= \frac{1}{2} \times m\overline{QB}\left[m\overline{RS} + m\overline{PQ}\right]$$

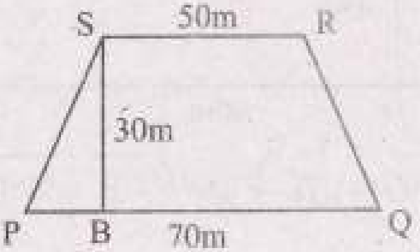
$= \frac{1}{2} \times$ (متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ × متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ)

پس

ذوزنقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ (متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ × متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ)

مثال 1: ایک ذوزنقہ کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ اس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب 50 میٹر اور 70 میٹر ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 30 میٹر ہے۔

حل: دیے گئے ذوزنقہ کھیت کی شکل درج ذیل ہے۔



اس میں $\overline{PQ}$ اور $\overline{RS}$ متوازی اضلاع ہیں۔ اور $\overline{SB}$ ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ = $m\overline{RS} + m\overline{PQ}$

= (50 + 70) میٹر

= 120 میٹر

عمودی فاصلہ = 30 میٹر

ہم جانتے ہیں کہ

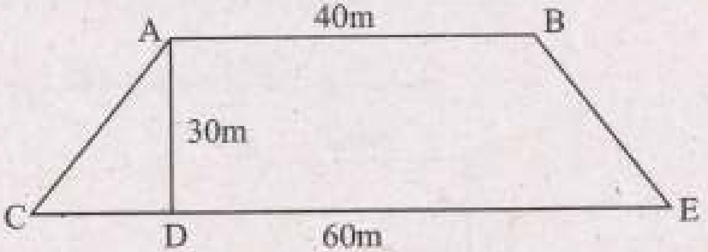
ذوزنقہ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ × متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ)

مربع میٹر $= \frac{1}{2} \times (120 \times 30)$

مربع میٹر $= \frac{1}{2} \times 3600$

مربع میٹر $= 1800$

مثال 2: دی گئی شکل کا رقبہ معلوم کیجیے۔



حل: دی گئی ذوزنقہ میں $\overline{AB}$ اور $\overline{CE}$ متوازی اضلاع ہیں۔ اور $\overline{AD}$ ان کا درمیانی عمودی

فاصلہ ہے۔ چنانچہ

متوازی اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ = $m\overline{AB} + m\overline{CE}$

= (40 + 60) میٹر

= 100 میٹر

عمودی فاصلہ = $\overline{AD}$ = 30 میٹر

ہم جانتے ہیں کہ

ذوزنقہ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ) × (متوازی اضلاع کا مجموعہ)

= $\frac{1}{2} \times (30 \times 100)$ مربع میٹر

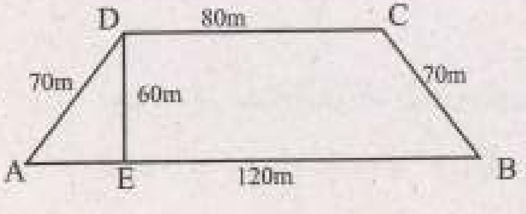
= $\frac{1}{2} \times 3000$ مربع میٹر

= 1500 مربع میٹر

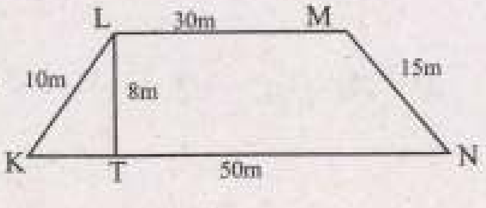
مشق 8.1

مندرجہ ذیل ذوزنقہ اشکال کا رقبہ معلوم کیجئے۔

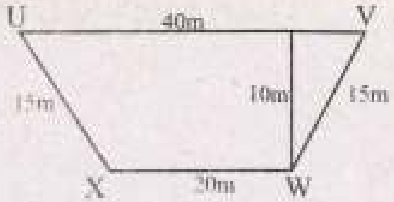
1.

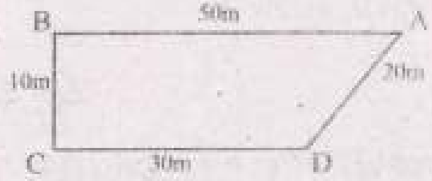


2.

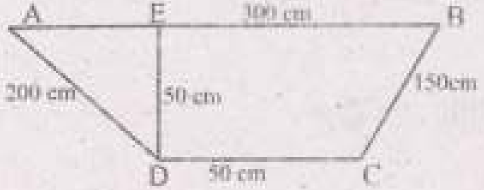


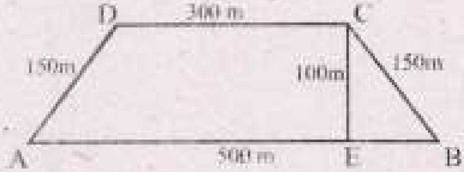
3.

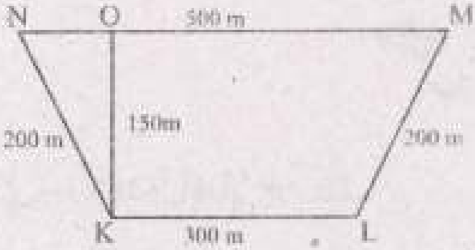
4.


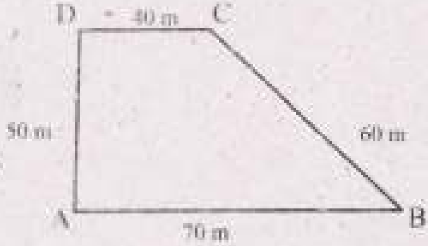
5.


6.

7.


8.


9.


10.


11. ایک ذوزنقہ کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 10 میٹر اور 15 میٹر ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ 5 میٹر ہے۔ ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

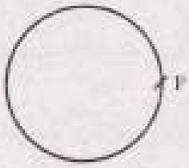
12. ایک ذوزنقہ شکل کے کھیت کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 20 میٹر اور 30 میٹر ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ 15 میٹر ہے۔ کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے۔

13. ایک ذوزنقہ شکل کے کمرے کے فرش کا خرچہ 50 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے جبکہ فرش کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 15 میٹر اور 12 میٹر ہیں اور ان کا عمودی درمیانی فاصلہ 10 میٹر ہے۔

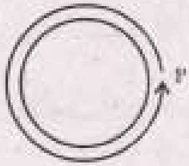
14. ایک ذوزنقہ شکل کے کمرے کے فرش کے لیے کارپٹ بچھانے کا خرچہ 15 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے جبکہ فرش کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 20 میٹر اور 25 میٹر ہیں اور ان کا عمودی درمیانی فاصلہ 12 میٹر ہے۔

8.2 دائرے کے محیط کا تصور (Concept of Circumference of a Circle)

ہم نے پچھلی جماعتوں میں مثلث، مستطیل اور مربع کا احاطہ معلوم کرنا سیکھا ہے۔ اسی طرح سے دائرے کی پیمائش دائرے کا محیط کہلاتا ہے۔



دائرے کی پیمائش سے مراد دائروی علاقے کے کنارے کی لمبائی ہے۔



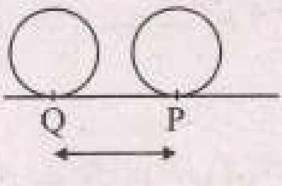
مثلاً سامنے دی گئی شکل دائرے کی ہے۔ دائرے کے کنارے کے گرد نقطہ P سے لے کر نقطہ P تک پیمائش دائرے کا محیط کہلاتا ہے۔

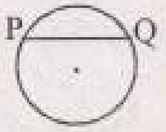
استاد مندرجہ ذیل طریقوں سے دائرے کا محیط معلوم کرنا سکھائے اور عملی سرگرمیاں کروائے۔

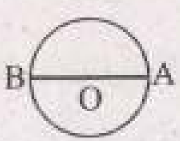
1. ایک اور دو روپے کے سکے لیے جائیں اب ان کے کنارے کے گرد اوپر دی گئی مثال کے مطابق کپڑے کا گز لپیٹ کر پیمائش کروائے۔

2. ایک اور دو روپے کے سکے لیجیے۔ کاغذ اور دھاگے کے ٹکڑے لے کر ان کے کناروں کے گرد لپیٹ کر ان کا محیط معلوم کیجیے۔ کاغذ اور دھاگے کے ٹکڑے اس طرح لپیٹیں جیسے اوپر مثال میں ظاہر کیا گیا ہے۔ دھاگے یا کاغذ کے ٹکڑے لپیٹنے سے جس جگہ سکے کے گرد ٹکڑے کے دونوں سرے ملیں وہاں نشانات لگالیں اور ان نشانات کا درمیانی فاصلہ معلوم کرلیں۔ یہ فاصلہ محیط ہے۔

3. ایک یا دو روپے کا سکہ لے کر اس کے کنارے پر کسی جگہ نشان لگائیں اب سکے کو عموداً کاغذ پر کھڑا کریں کہ نشان کاغذ کو چھوئے۔ جس جگہ پر نشان کاغذ کو چھوئے اس جگہ پر نقطہ P لیجیے۔ اب سکے کو گھمائیے یہاں تک کہ سکہ چکر مکمل کرتے ہوئے اس کا نشان دوبارہ کاغذ کو چھوئے اور اس جگہ پر کاغذ پر نشان Q لگائیے۔ P اور Q کا درمیانی فاصلہ دائرے کا محیط ہوگا۔







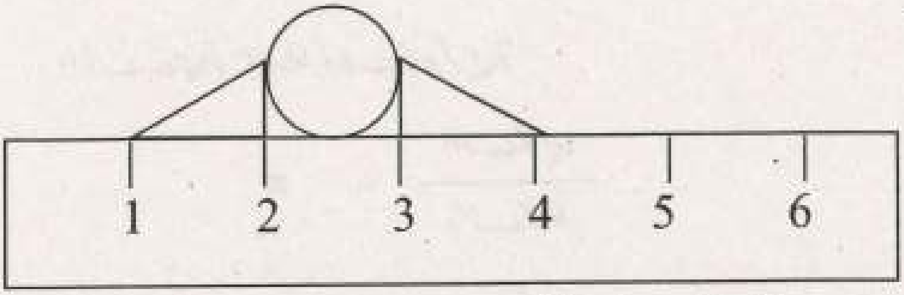
سامنے کے دائرے میں قطعہ خط $\overline{PQ}$ وتر کہلاتا ہے۔ ایسا وتر جو دائرے کے مرکز سے گزرتا ہو دائرے کا قطر کہلاتا ہے۔ مثلاً سامنے کی شکل میں $\overline{AB}$ کی لمبائی دائرے کا قطر کہلاتا ہے۔ دائرے کے قطر کو d سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دائرے کا نصف قطر دائرے کا رداس کہلاتا ہے اور اسے r سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\overline{AB} = d$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = r$$

$$d = 2r$$

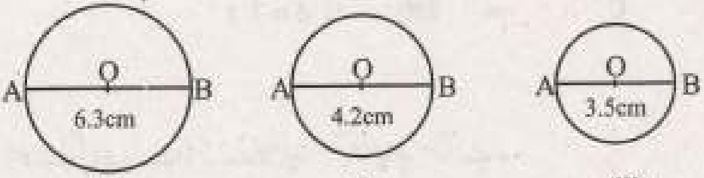
دائرے کے قطر کو سامنے دیے گئے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں۔ دائرے کے محیط کو ہم C سے ظاہر کرتے ہیں۔



8.3 محیط اور قطر کے درمیان نسبت

(Ratio between Circumference and Diametre)

نیچے مختلف رداس کے دائروں کی اشکال دکھائی گئی ہیں۔



(i) (ii) (iii)

دائرے کے محیط اور دائرے کے قطر کے درمیان ایک مستقل نسبت پائی جاتی ہے۔ جسے یونانی حرف π سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جسے ہم ''پائی'' پڑھتے ہیں۔ یعنی

$$\text{نسبت} = \frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کا قطر}} = \pi$$

اس مستقل یعنی π کی کوئی اکائی نہیں ہوتی۔ اس کی قیمت ہر دائرے کے لیے یکساں ہوتی ہے۔ $\left(\pi \approx 3.14 \text{ یا } \pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ایک تقریبی قیمت ہے۔

π کی اکیس مراتب اعشاریہ تک قیمت 3.141592653589793238462 ہے۔

سوالات کو حل کرتے وقت ہم تقریبی قیمت 3.14 یا $\frac{22}{7}$ استعمال کریں گے۔

8.4 دائرے کا محیط معلوم کرنا (Finding the Circumference of a Circle)

دائرے کے محیط کو C اور قطر کو d سے ظاہر کریں تو

$$\frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کا قطر}} = \pi$$

$$\frac{C}{d} = \pi$$

پس

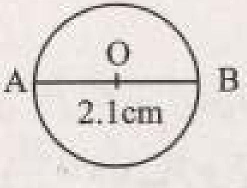
$$C = \pi d$$

$$C = 2\pi r \quad \because d = 2r$$

اس فارمولے کی مدد سے دائرے کا محیط معلوم کیا جا سکتا ہے۔

مثال 1: سامنے دیے گئے دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔

حل: قطر کی لمبائی $= \overline{AB} = d = 2.1$ سم



دائرے کا محیط $= C = \pi d$

$$= \frac{22}{7} \times 2.1$$

$$= 22 \times 0.3$$

$$= 6.6 \text{ cm}$$

مثال 2: ایک دائرے کا رداس 8.4 سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے۔ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

حل:

$$\text{رداس} = r = 8.4 \text{ سم}$$

$$\pi = \frac{22}{7}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{محیط} = C = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{1.2}{\cancel{8.4}}$$

$$= 2 \times 22 \times 1.2$$

$$= 52.8 \text{ سم}$$

مثال 3: اسلم کی سائیکل کے پہیے کا رداس 35 سم ہے۔ گھر سے سکول جانے کے لیے سائیکل کا پہیہ 1200 چکر مکمل کرتا ہے۔ گھر سے سکول کا فاصلہ معلوم کیجیے۔ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

حل:

$$\text{رداس} = r = 35 \text{ سم}$$

$$\text{محیط} = C = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{5}{\cancel{35}}$$

$$C = 2 \times 22 \times 5$$

$$C = 220 \text{ سم}$$

پہیہ ایک چکر میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے $= 220$ سم

1200 چکروں میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے $= 220 \times 1200$ سم

$= 264000$ سم

مثال 4: ایک دائروی علاقے کا محیط 264 سم ہے۔ اس کے قطر اور رداس کی لمبائی معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$C = \pi d$$

$$d = \frac{C}{\pi}$$

$$= 264 \div \frac{22}{7}$$

$$= 264 \times \frac{7}{22}$$

$$= 12 \times 7 = 84 \text{ سم}$$

$$r = \frac{d}{2}$$

$$r = \frac{84}{2} = 42 \text{ سم}$$

مشق 8.2

1. مندرجہ ذیل قطر کے لیے دائرے کا محیط معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

(i) 21 cm	(ii) 9.8 cm	(iii) 10m
(iv) 42 dm	(v) 63 cm	(vi) 16.1 cm

2. مندرجہ ذیل رداس کے لیے دائرے کا محیط معلوم کیجیے جبکہ (π=3.14)۔

(i) 8cm (ii) 19.5 cm (iii) $6\frac{1}{2}$cm

(iv) $6\frac{2}{3}$cm (v) 10 m (vi) $12\frac{1}{13}$cm

3. مندرجہ ذیل محیط کے لیے دائرے کا رداس اور قطر معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ۔

(i) 44 cm (ii) 132 cm (iii) 176 cm

(iv) 8.8 cm (v) 15.4 cm (vi) $2\frac{2}{21}$cm

4. گلزیب کے سائیکل کے پہیے کا قطر 84 سم ہے۔ وہ 300 چکر مکمل کر کے سکول پہنچ جاتا ہے۔ گھر سے سکول کا فاصلہ معلوم کیجیے $\left(\text{جبکہ } \pi \approx \frac{22}{7}\right)$

5. ایک گھڑی کی منٹوں والی سوئی کی لمبائی 2.1 سم ہے۔ ایک گھنٹے میں یہ سوئی کتنا فاصلہ طے کرے گی؟ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

6. ایک جھولے کا رداس 11 میٹر ہے۔ 100 چکروں میں جھولا کتنا فاصلہ طے کرے گا جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ؟

7. 3520 میٹر روڈ کے لیے کتنے میٹر رداس کا گول ٹریک بنایا جائے کہ یہ روڈ 8 چکروں میں مکمل ہو جائے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

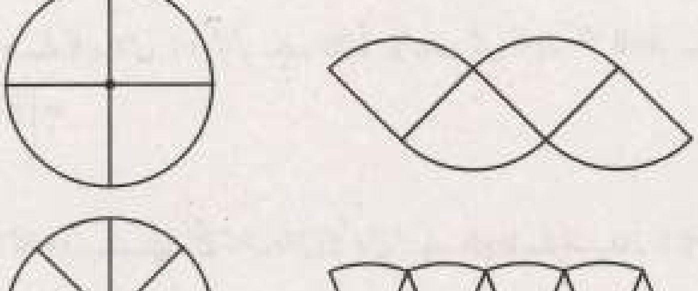
8. ایک پارک دائروی شکل کا ہے جس کا قطر 63 میٹر ہے۔ اس کے گرد تار کی باڑ لگوانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

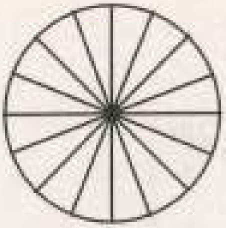
9. موٹر سائیکل کے پہیے کا قطر 49 سم ہے بتایئے موٹر سائیکل کا پہیہ کتنے چکروں میں 6.16 کلومیٹر فاصلہ طے کرے گا جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

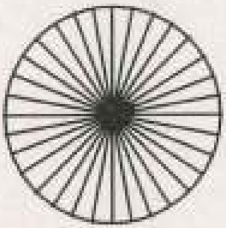
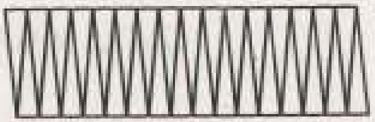
10. لیمپ شیڈ کے گرد جھالر لگوانے کا خرچ بحساب 5 روپے فی سینٹی میٹر کتنا ہوگا جبکہ لیمپ کے شیڈ کا قطر 15.4 سم ہے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

8.5 دائروی علاقے کا رقبہ معلوم کرنا (Finding the Area of a Circular Region)

اگر ہم دائروی علاقے کو 4، 8، 16، 32 اور 64 برابر حصوں میں تقسیم کریں اور پھر ان کو احتیاط سے کاٹ کر رداسی قطعات کو ترتیب سے جوڑیں تو ہمیں مندرجہ ذیل اشکال حاصل ہوتی ہیں۔





ان اشکال پر غور کرنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ یہ اشکال متوازی الاضلاع شکل کی ہیں جن میں آدھے سیکٹرز کی نوکیں اوپر کی طرف اور آدھے سیکٹر کی نوکیں نیچے کی طرف باہم متصل ہیں۔ اسی طرح اگر دائرے کی مزید تقسیم کرتے جائیں تو ان سیکٹرز سے بننے والی شکل مستطیل میں تبدیل ہو جاتی ہے۔ اس کے علاوہ اگر آخری دائروی قطعہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کر کے دونوں طرف لگا دیا جائے تو بھی ہم مستطیل حاصل کرتے ہیں۔

اس طرح سے حاصل ہونے والی مستطیل کی لمبائی دائرے کے نصف محیط $\left(\frac{2\pi r}{2}\right)$ کے برابر ہے

اور چوڑائی دائرے کے رداس r کے برابر ہے۔

دائرے کی لمبائی نصف محیط کے برابر ہے کیونکہ دائرے کے آدھے رداسی قطعات ایک طرف اور آدھے دوسری طرف ہیں۔ اور ان دونوں کی کل لمبائی دائرے کے محیط کے برابر ہے۔

اس لیے

مستطیل کا رقبہ = دائروی علاقے کا رقبہ

= مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

$= r \times \frac{2\pi r}{2}$ $\left(\because \text{مستطیل کی لمبائی} = \frac{2\pi r}{2}\right)$

$= \pi \times r^2$ $\left(\text{مستطیل کی چوڑائی} = r\right)$

پس دائروی علاقے کا رقبہ = πr^2

سرگرمی:

استاد طلبا کو عملی طور پر فارمولا اخذ کروائے۔

مثال 1: ایک دائروی شکل کے کھیت کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جس کا رداس 16.8 میٹر ہے۔ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

حل: دائرے کا رداس = 16.8 میٹر

دائرے کا رقبہ = πr^2

$= \frac{22}{7} \times 16.8 \times 16.8$

$= 22 \times 2.4 \times 16.8$

= 887.04 مربع میٹر

مثال 2: ایک گول میز کی سطح کا رقبہ 38.50 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کیجیے

جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

حل:

فرض کیا میز کی سطح کا رداس = r ڈیسی میٹر

میز کی سطح کا رقبہ = πr^2 = 38.50 مربع ڈیسی میٹر

$\pi r^2 = 38.50$ مربع ڈیسی میٹر

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 38.50$$

$$r^2 = 38.50 \times \frac{7}{22}$$

$$= 1.75 \times 7$$

$$r^2 = 12.25$$

$$r = \sqrt{12.25}$$

$= 3.5$ ڈیسی میٹر

مثال3: پھولوں کی گول کیاری کا رقبہ 7.065 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگوانے کا خرچ بحساب 20 روپے فی میٹر معلوم کیجیے جبکہ (π=3.14)

حل:

کیاری کا رقبہ = 7.065 مربع میٹر

πr^2 = 7.065 مربع میٹر

$r^2 = \frac{7.065}{\pi}$ مربع میٹر

$r^2 = \frac{7.065}{3.14}$ مربع میٹر

$= \quad 2.25$

$r = \sqrt{2.25}$

$r =$ 1.5 میٹر

کیاری کا محیط $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 1.5$

$=$ 9.42 میٹر

1 میٹر لمبی باڑ لگانے کا خرچ $=$ 20 روپے

9.42 میٹر لمبی باڑ لگانے کا خرچ $= 20 \times 9.42$

$=$ 188.4 روپے

مشق 8.3

1. دائرے کے متعلق مندرجہ ذیل خالی خانوں کو پر کیجیے۔

نمبر شمار	π	d=قطر	رداس $= \frac{d}{2}$	دائرے کا رقبہ $= \pi r^2$
(i)	$\frac{22}{7}$	21cm		
(ii)	3.14		10 cm	

(iii)			6.3 dm	
(iv)	3.14			50.24 مربع میٹر
(v)	$\frac{22}{7}$			616 مربع میٹر

.2 مندرجہ ذیل رداس کے دائروں کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ۔

(i) 14 cm (ii) 35 dm (iii) 22.4cm

(iv) 31.5 dm (v) $10\frac{1}{2}$ m (vi) 3.5m

.3 دائروں کے رقبے مندرجہ ذیل ہیں ۔ ان کا رداس معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ۔

(i) 2464 مربع میٹر (ii) 38.50 مربع سم

(iii) 186.34 مربع میٹر (iv) 1386 مربع ڈم

.4 شہریار کے گھر میں 7.7 سم رداس کے دائرے میں ایک فوارہ لگا ہوا ہے۔ اس دائرے کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ۔

.5 شاہزیب کے گھر کے صحن میں 7 میٹر قطر کا دائرہ نما تالاب بنا ہوا ہے۔ اس کے فرش کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$ ۔

6. 3.5 سم رداس کی گول کیاری کا رقبہ معلوم کیجیے $\left(\pi \approx \frac{22}{7} \text{ جبکہ}\right)$ -

7. 20 روپے فی مربع ڈیسی میٹر کے حساب سے 21 سم رداس کے ایک گول پارک میں گھاس لگانے کا خرچ معلوم کیجیے $\left(\pi \approx \frac{22}{7} \text{ جبکہ}\right)$ -

8. ایک گول چبوترے پر دری بچھانے کا خرچہ 15 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے جبکہ چبوترے کا قطر 168 سم ہے (جبکہ $\pi \approx 3.14$)-

9. ایک گول تالاب بنایا جس کا رداس 30 سم ہے۔ اس کے فرش کو سیمنٹ کروانے کا خرچ بحساب 10 روپے فی مربع ڈیسی میٹر معلوم کیجیے (جبکہ $\pi \approx 3.14$)-

10. ایک دائرے کا محیط 628 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے (جبکہ $\pi \approx 3.14$)-

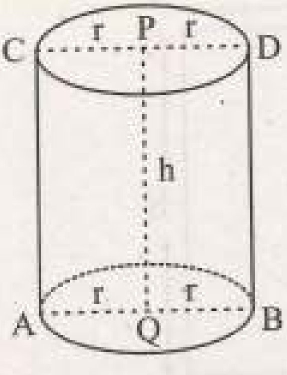
11. ایک دائروی علاقے کا رقبہ 7546 مربع سم ہے۔ اس کا محیط معلوم کیجیے $\left(\pi \approx \frac{22}{7} \text{ جبکہ}\right)$ -

8.6 بیلن کی کل سطح کا رقبہ معلوم کرنا (Finding Surface Area of Cylinder)

بیلن کی کل سطح کا رقبہ معلوم کرنے سے پہلے آیئے بیلن کے متعلق معلومات کا اعادہ کرلیں۔

8.6.1 بیلن کا تعارف (Introduction of Cylinder)

ہم پانچویں جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ ایسے مجسمات جن کا پیندہ اور ڈھکن دائروی شکل کے ہوں بیلن (سلنڈر) کہلاتے ہیں مثلاً تار کول کا ڈرم، گھی کا ڈبہ وغیرہ۔



سامنے دی گئی شکل پر غور کریں جس میں ایک سطح منحنی اور دوسری دونوں سطحیں ایک دوسرے کے متوازی دائروی علاقوں پر مشتمل ہیں۔ دونوں دائروی سطحیں ایک ہی رداس پر مشتمل ہوتی ہیں۔

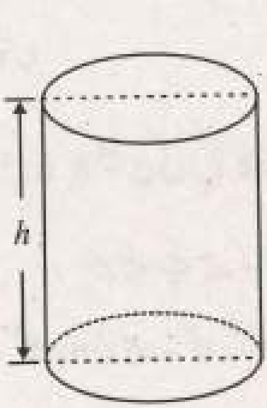
بیلن کی منحنی سطح (Curved Surface) کی لمبائی کو بیلن کی لمبائی یا بلندی کہتے ہیں۔ اور اس کو ہم 'h' سے ظاہر کرتے ہیں مثلاً $\overline{PQ} = h$

دائروی علاقے کے رداس کو 'r' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثلاً $\overline{AQ} = \overline{QB} = \overline{CP} = \overline{PD} = r$ = رداس

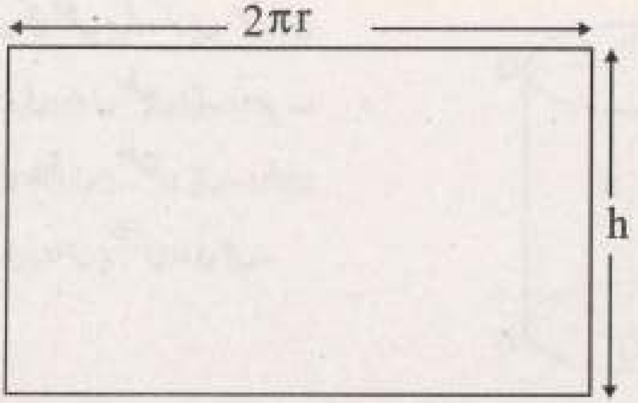
جبکہ $\overline{CD} = \overline{AB} = d = 2r$ = قطر

8.6.2 بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ (Area of the Curved Surface of Cylinder)



ہم منحنی سطح کے متعلق واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک گھی کا ڈبہ لیجیے۔ اس کے پیندے اور اوپر والے حصے کو کاٹ کر علیحدہ کریں۔ اب ڈبہ اوپر اور نیچے سے کھلا نظر آئے گا جس طرح پانی کا پاپ ہوتا ہے۔

اب اس ڈبے کو عموداً کاٹ کر پھیلایئے:



تو یہ ایک مستطیل کی شکل بن جاتی ہے جس کی لمبائی دائرے کے محیط کے برابر اور چوڑائی سلنڈر یا بیلن کی اونچائی کے برابر ہے۔اس لیے

مستطیل کی لمبائی = بیلن کے قاعدے کا محیط = $2\pi r$

مستطیل کی چوڑائی = بیلن کی بلندی = h

مستطیل کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

$= h \times 2\pi r$

$= 2\pi rh$

پس بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = $2\pi rh$

8.6.3 بیلن کی سطح کا رقبہ (Surface Area of Cylinder)

ہم سیکھ چکے ہیں کہ بیلن کی کل تین سطحیں ہوتی ہیں جن میں سے ایک منحنی اور دوسری دونوں دائروی سطحیں ہوتی ہیں۔ منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں جبکہ ہم جانتے ہیں کہ دائروی سطح کا رقبہ πr^2 کے برابر ہے۔ اس لیے

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ + (دائروی سطحوں کا رقبہ) 2 = بیلن کی سطح کا رقبہ

$$= 2\times(\pi r^2) + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r\ (r+h)$$

پس

بیلن کی سطح کا رقبہ $= 2\pi r\ (r+h)$

$A = 2\pi r\ (r+h)$ (A = رقبہ ∵)

مثال 1: ایک گول پائپ کی لمبائی 3 میٹر ہے اور اس کا رداس 14 سم ہے۔ پائپ کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے (جبکہ $\pi \approx \frac{22}{7}$) ۔

حل:

$r = 14$ سم

$h = 3$ میٹر

$= 3\times 100$ سم

$= 300$ سم

پائپ کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi r h$

$$= 2\times\frac{22}{7}\times 14\times 300$$

$= 2\times22\times2\times300$

$=$ 26400 مربع سم

مثال 2: ایک بیلن کی لمبائی 20 سم ہے اور اس کے قاعدے کا رداس 15 سم ہے۔ اس کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے (جبکہ $\pi=3.14$)۔

حل: پہلا طریقہ

اس میں ہم دائروی حصوں اور منحنی سطح کا علیحدہ علیحدہ رقبہ معلوم کر کے ان کا مجموعہ لیتے ہیں۔

$r =$ 15 سم

$h =$ 20 سم

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$

$= 2\times3.14\times15\times20$

$=$ 1884 مربع سم

دائروی علاقے کا رقبہ $= \pi r^2$

$= 3.14\times(15)^2$

$=$ 706.5 مربع سم

بیلن کی سطح کا کل رقبہ = 2 × دائروی علاقے کا رقبہ + بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ

بیلن کی سطح کا کل رقبہ $= 2\pi r^2+2\pi rh$

$= 2\times706.5+1884$

$= 1413+1884$

$=$ 3297 مربع سم

دوسرا طریقہ: اس میں ہم فارمولے کو براہ راست استعمال کرکے کل سطح کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

بیلن کی سطح کا کل رقبہ $= 2\pi r(h+r)$

$= 2\times3.14\times15(20+15)$

$=$ 3297 مربع سم

مثال 3: ایک 2 میٹر لمبے ڈرم کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے قاعدے کا رداس 21 سم ہے (جبکہ $\pi\approx\frac{22}{7}$)۔

حل: ڈرم کی لمبائی $= h =$ 2 میٹر

$=$ 200 سم

رداس $= r = 21$ cm

ڈرم کی کل سطح کا رقبہ $= 2\pi r(r+h)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times21\times(21+200)$

$= 2\times22\times3\times221$

$=$ 29172 مربع سم

مشق 8.4

1. لوہے کا ایک بیلن 21 سم لمبا ہے اور اس کا رداس 7 سم ہے۔ اس کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

2. لکڑی کے ایک بیلن کی لمبائی 30 سم ہے اور اس کے قاعدے کا رداس 14 سم ہے۔ بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

3. ایک پائپ 1.5 میٹر لمبا ہے۔ اس کے قاعدے کا رداس 3.5 سم ہے۔ اس کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ $(\pi \approx 3.14)$۔

4. ایک گول ستون 4 میٹر لمبا ہے اور اس کے قطر کی لمبائی 60 سم ہے۔ اس کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جبکہ $(\pi \approx 3.14)$

5. ایک کنویں کے اندرونی رداس کی لمبائی 2 میٹر ہے۔ اس کی دیوار پر 25 میٹر گہرائی تک سیمنٹ کرانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

6. ایک ٹینکر کی ٹنکی کا رداس 3.5 میٹر اور اس کی لمبائی 6 میٹر ہے۔ اس کی اندرونی سطح پر پالش کا خرچ بحساب 10 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

7. بیلن سے متعلق ذیل کے خالی خانے پُر کیجیے۔ جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

نمبر شمار	رداس r	لمبائی h=	منحنی سطح کا رقبہ $=2\pi rh$	دائروی سطح کا رقبہ $=\pi r^2$	کل سطح کا رقبہ $=2\pi r(r+h)$
i.	14 cm	15 cm			
ii.	3.5 m	100 m			
iii.	4.9cm	10 dm			
iv.	63 cm	2m			

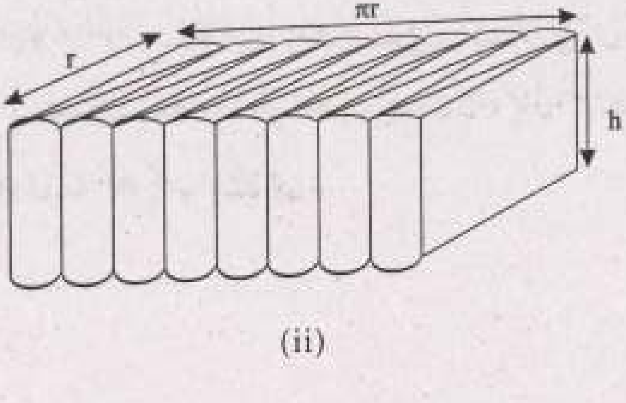
8.7 بیلن کا حجم (Volume of Cylinder)

بیلن کا حجم مندرجہ ذیل دو طریقوں سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔ آیئے بیلن کا حجم معلوم کرنے کا کلیہ دریافت کریں۔

8.7.1 پہلا طریقہ

نیچے بیلن کو 16 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے جو شکل (i) سے واضح ہے اب ان حصوں کو ایک مکعب نما کی شکل میں جوڑا گیا ہے جو شکل (ii) میں واضح ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ بیلن کی لمبائی کو h، اس کے دائروی سطح کے رداس کو r سے اور دائروی علاقے کا محیط $2\pi r$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل (ii) میں مکعب نما کی لمبائی، اونچائی اور چوڑائی بالترتیب πr ، h اور r ہے۔ اس لیے

(i)



(ii)

بیلن کا حجم = مکعب نما کا حجم

جبکہ

مکعب نما کا قاعدہ = قاعدے کے محیط کا نصف

$= \frac{2\pi r}{2} = \pi r$

مکعب نما کے قاعدے کی چوڑائی = دائروی علاقے کا رداس

$= r$

بیلن کی بلندی = مکعب نما کی بلندی = h

پس بیلن کا حجم = مکعب نما کا حجم = $\pi r \times r \times h$

$= \pi r^2 h$

اگر بیلن کے حجم کو V سے ظاہر کیا جائے تو

$$V = \pi r^2 h$$

پس بیلن کا حجم = **V** $= \pi r^2 h$

8.7.2 دوسرا طریقہ

اب ہم دوسرے طریقے سے بیلن کا حجم معلوم کرنے کا کلیہ دریافت کرتے ہیں۔ ایک بیلن لیا جس کی بلندی h اور اس کے قاعدے کا رداس 'r' ہے۔ بیلن کے قاعدہ کا رقبہ πr^2 ہے جبکہ اس کی اونچائی h ہے۔ اس کا مطلب یہ ہوا کہ اس بیلن میں h بلندی کے πr^2 مکعب سما سکتے ہیں۔

پس

πr^2 مکعب سم = اسم بلند بیلن کا حجم

πr^2 مکعب سم = بیلن کا حجم

اسی طرح ایسے دو بیلن کا حجم $2\pi r^2$ ہوگا۔ 2 سے مراد 2 سم بلندی ہے۔ ایسے تین بیلن کا حجم $3\pi r^2$ ہو گا۔ اسی طرح اگر بیلن کی بلندی h ہو تو

$\pi r^2 \times h$ = بیلن کا حجم

پس $V = \pi r^2 h$

مثال 1: ایک بیلن کی لمبائی 42 سم ہے اور اس کے قاعدے کا رداس 6 سم ہے۔ بیلن کا حجم معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

حل: $r = 6$ سم = بیلن کے قاعدے کا رداس

$h = 42$ سم = بیلن کی بلندی

$= \pi r^2 h$ بیلن کا حجم

$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 42$

$=$ 4752 مکعب سم

مثال 2: ایک بیلن کا حجم 5390 مکعب سم ہے اور اس کے قاعدے کا رداس 7 سم ہے۔ بیلن کی بلندی معلوم کیجیے جبکہ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$۔

حل: بیلن کا حجم = 5390 مکعب سم

قاعدے کا رداس = 7 سم

$$V = \pi r^2 h$$

$$\therefore \pi r^2 h = 5390$$

$$\frac{22}{7} \times (7)^2 \times h = 5390 \text{ مکعب سم}$$

$$h = \frac{5390 \times 7}{22 \times 49}$$

$$h = 35 \text{ سم}$$

مشق 8.5

1. بیلن کے متعلق خالی خانے پُر کیجیے۔ جبکہ $(\pi \approx 3.14)$

نمبر شمار	r	h	$V = \pi r^2 h$
i.	4 سم	12 سم	
ii.	10 سم	21 سم	
iii.		40 سم	1960 مکعب سم
iv.	6 سم		3168 مکعب سم

2. ایک بیلن شکل پانی کی ٹینکی کا رداس 1.4 میٹر اور اس کی اونچائی 3.5 میٹر ہے۔ٹینکی کا حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

3. 2 میٹر لمبی نلی کا قطر 2.1 سم ہے۔اس کا حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

4. ایک گیس کا سلنڈر 3.5 میٹر لمبا اور اس کا قطر 2.1 سم ہے۔سلنڈر کا حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

5. 2 میٹر لمبے اور 1.4 میٹر قطر کے ٹینک میں کتنے مکعب میٹر پانی آئے گا؟ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

6. ایک بیلن شکل کے کمرے کا رداس 8 ڈم اور بلندی 30 ڈم ہے۔کمرے کا حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$

7. ایک بیلن شکل کے ڈرم کا رداس 6 ڈم اور اس کی بلندی 20 ڈم ہے۔اس میں کتنے مکعب ڈم گندم آئے گی؟ $(\pi \approx 3.14)$

8. ایک کنواں جس کی گہرائی 20 میٹر اور قطر 4 میٹر ہے۔اس کو بھرنے کے لیے کتنے مکعب میٹر مٹی درکار ہے؟ $(\pi \approx 3.14)$

8.8 مثلث کی بناوٹ (Construction of Triangle)

مثلث کے تین اضلاع اور تین زاویوں میں سے اگر کوئی سے تین (جن میں سے کم از کم ایک ضلع ضرور شامل ہو) کی مقداریں معلوم ہوں تو مثلث بنائی جا سکتی ہے مثلاً:

i. تینوں اضلاع۔

ii. دو اضلاع اور اُن کا درمیانی زاویہ

iii. دو زاویے اور اُن کا درمیانی ضلع

iv. قائمۃ الزاویہ مثلث کا کوئی ایک ضلع اور وتر

کیا آپ ایک ایسی مثلث بنا سکتے ہیں جس کے اضلاع کی مقداریں 3 سم، 4 سم، 7 سم ہوں اگر نہیں تو کیوں؟

مثلث بنانے کی ایک اور صورت بھی ہے:

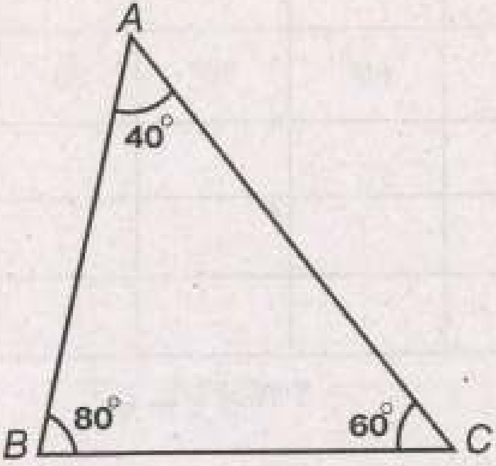
دو زاویوں کی مقداریں اور (درمیانی ضلع کے علاوہ) کوئی سے ضلع کی مقدار دی گئی ہو

یہ مثلث بنانے کے لیے تیسرے زاویہ کی مقدار معلوم کرنی ہوگی۔ جسے معلوم کرنے کے لیے مثلث کے تینوں زاویوں کی مجموعی مقدار معلوم ہونی چاہیے۔

آیئے پہلے ہم مثلث کے تینوں زاویوں کی مجموعی مقدار معلوم کرتے ہیں۔

8.9 مثلث کے زاویوں کی مجموعی مقدار کی پڑتال

سرگرمی 1:



کوئی مثلث ABC بنائیے۔ پروٹریکٹر کی مدد سے سامنے دی گئی شکل کے مطابق تینوں راسوں پر باری باری پروٹریکٹر رکھ کر مثلث کے تینوں اندرونی زاویوں کی مقداریں معلوم کیجیے۔ فرض کیجیے یہ مقداریں اسطرح ہیں۔

$m\angle C = 60°$، $m\angle B = 80°$، $m\angle A = 40°$

غور کیجیے

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 40° + 80° + 60°$$

$$= 180°$$

سرگرمی 2: کلاس کا ہر طالب علم یہ سرگرمی کرے۔

(i) کاغذ پر کوئی سے تین نقاط C, B, A لیجیے جو کہ ایک خط پر واقع نہ ہوں۔

(ii) اُن نقاط کو تین قطعات خط $\overline{CA}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ سے آپس میں ملائیے۔

(iii) اس طرح بننے والی مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائشیں پروٹریکٹر کی مدد سے کیجیے۔ معلم بورڈ پر ایک ٹیبل بنائے اور ہر طالبعلم کی معلوم کی ہوئی زاویوں کی مقداریں اسطرح سے ٹیبل میں لکھے۔

نام طالب علم	$m\angle A+m\angle B+m\angle C$	$m\angle C$	$m\angle B$	$m\angle A$
انعام ادیب	180°	60°	70°	50°
سعد ادیب	......	......	......	......
اسامہ جواد	......	......	......	......
......	......	......	......	......

آپ نے کیا نتیجہ نکالا ؟

$$m\angle A+m\angle B+m\angle C= 180^\circ$$

پس ان تمام مثالوں سے اس حقیقت کی پڑتال ہوتی ہے کہ کسی بھی مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

پس ثابت ہوا کہ

کسی بھی مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

یاد رکھیے:

اگر مثلث کے کوئی سے دو زاویوں کی مقداریں معلوم ہوں تو تیسرے زاویے کی مقدار دونوں زاویوں کی مقداروں کے مجموعہ کو 180° میں سے تفریق کر کے معلوم کی جا سکتی ہے۔

$m\angle A = 180^\circ - (m\angle B + m\angle C)$

کیا آپ ایک ایسی مثلث بنا سکتے ہیں جس کے تینوں زاویوں کی

مقداریں اس طرح ہوں؟

(i) 40°, 45°, 100°

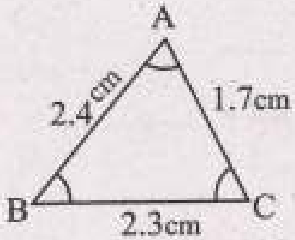
(ii) 35°, 60°, 80°

اگر نہیں تو کیوں؟

مشق 8.6

1. سامنے کی اشکال میں دی گئی پیمائشوں کے مطابق مثلثیں بنایئے اور پروٹریکٹر کی مدد سے زاویوں کی مقداریں معلوم کر کے خالی جگہ پُر کیجئے۔

(i)



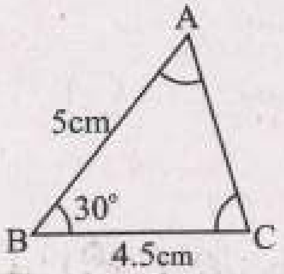
$m\angle A =$ -------

$m\angle B =$ -------

$m\angle C =$ -------

$m\angle A + m\angle B + m\angle C =$ -------

(ii)

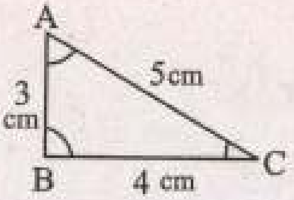


$m\angle A =$ -------

$m\angle C =$ -------

$m\angle A + m\angle C =$ -------

(iii)



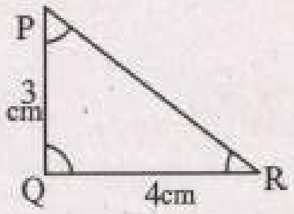
m ∠A = ________

m ∠B = ________

m ∠C = ________

m ∠A + m ∠B + m ∠C = ________

(iv)



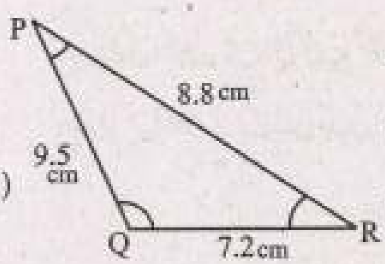
m ∠P = ________

m ∠Q = ________

m ∠R = ________

m ∠P + m ∠Q + m ∠R = ________

(v)



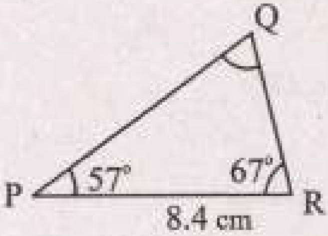
m ∠P = ________

m ∠Q = ________

m ∠R = ________

m ∠P + m ∠Q + m ∠R = ________

(vi)



m ∠Q = ________

m $\overline{RQ}$ = ________

m $\overline{PQ}$ = ________

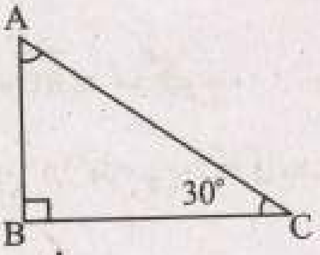
نوٹ : (مثلثوں کی اشکال پر دی گئی پیمائشیں فرض کی گئی ہیں۔)

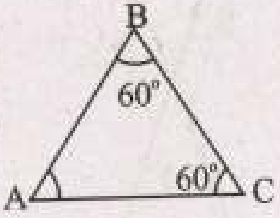
2. خالی جگہ پُر کیجیے:

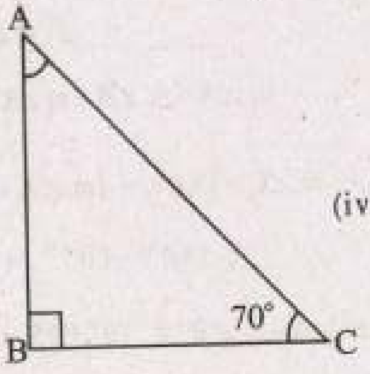
مثلث ABC میں

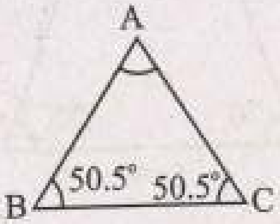
	m∠A	m∠B	m∠C
(i)	40°	50°	
(ii)		35.5°	65.7°
(iii)	60°	30°	
(iv)	30.6°		40.4°
(v)	90°		50°
(vi)	70°	20°	

3. نیچے دی گئی مثلثوں میں سے زاویہ A∠ کی مقدار معلوم کر کے لکھیں۔

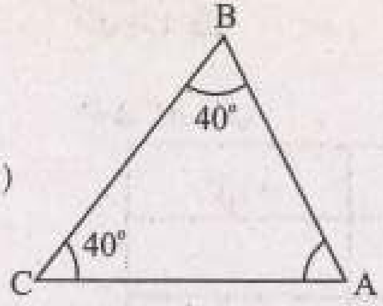
(i)


(ii)


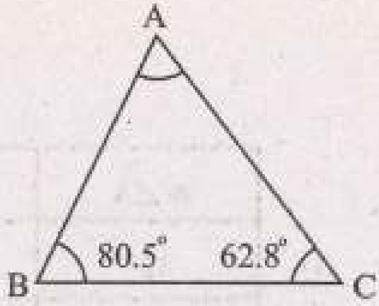
(iii)


(iv)


(v)



(vi)

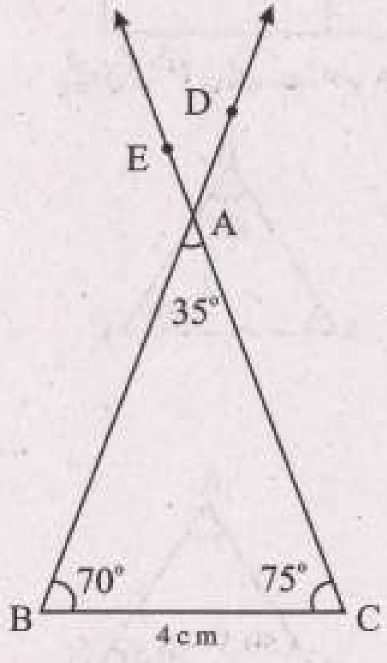


8.10 مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں اور اُن کے درمیانی ضلع کے علاوہ کسی ایک ضلع کی مقدار دی گئی ہو

مثال:

مثلث ABC بنایئے جبکہ

$m\angle B = 70^\circ,\ m\overline{BC} = 4cm,\ m\angle A = 35^\circ$



مدارج عمل:

(i). $m\overline{BC} = 4cm$ لمبا کھینچیے۔

(ii) نقطہ B پر 70° کا زاویہ پروٹریکٹر کی مدد سے بنایئے۔

چونکہ ہم ثابت کر چکے ہیں کہ

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

پس $m\angle C = 180^\circ - (m\angle A + m\angle B)$

$$= 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$(\because m\angle A + m\angle B = 70^\circ + 35 = 105^\circ)$

(iii) نقطہ C پر °75 کا زاویہ بنایا۔

(iv) شعاع BD اور شعاع CE جس نقطہ پر قطع کرتی ہیں وہ مثلث ABC کا راس A ہوگا۔

پڑتال: زاویہ A کی پیمائش کیجیے اس کی مقدار °35 ہونی چاہیے۔

مشق 8.7

1. مسطر اور پروٹریکٹر کی مدد سے مندرجہ ذیل پیمائشوں کی مثلثیں بنایئے:

(i) ΔXYZ جبکہ $m\angle X = 62^\circ$, $m\angle Y = 50^\circ$, $m\overline{XY} = 5cm$

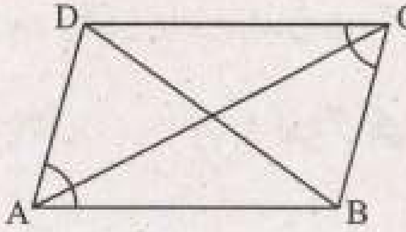
(ii) ΔABC جبکہ $m\angle A = 33^\circ$, $m\angle C = 66^\circ$, $m\overline{AB} = 4cm$

(iii) ΔLMN جبکہ $m\angle M = 55^\circ$, $m\angle L = 34^\circ$, $m\overline{MN} = 4.6cm$

(iv) ΔPQR جبکہ $m\angle P = 57^\circ$, $m\angle R = 67^\circ$, $m\overline{PQ} = 8.4cm$

(v) ΔABC جبکہ $m\angle A = 37^\circ$, $m\angle C = 90^\circ$, $m\overline{AB} = 3.8cm$

8.11 متوازی الاضلاع کی بناوٹ (Construction of Parallelogram)



متوازی الاضلاع ایک ایسی چوکور ہے جس میں

(i) آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

(ii) آمنے سامنے کے اضلاع مقدار میں برابر ہوتے ہیں (باہم متماثل ہوتے ہیں)۔

(iii) آمنے سامنے کے زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں (باہم متماثل ہوتے ہیں)۔

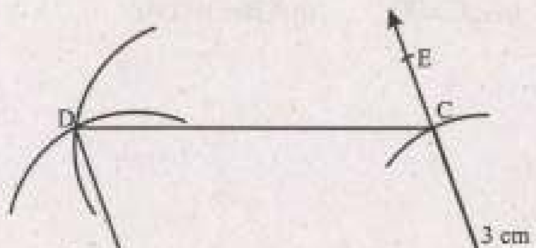
(i) متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اُس کے دو متصلہ اضلاع اور اُن کے درمیانی زاویہ کی مقداریں دی گئی ہوں

مثال 1:

ایک متوازی الاضلاع ABCD بنایئے جس میں

$m\overline{AB} = 4.8cm, \quad m\overline{BC} = 3cm \quad m\angle B = 65^\circ$

مدارج عمل:



(i) ایک $m\overline{AB} = 4.8cm$ لمبا کھینچیے۔

(ii) پروٹریکٹر کی مدد سے نقطہ B پر $m\angle ABE = 65^\circ$ بنایئے۔

(iii) نقطہ B کو مرکز مان کر 3cm رداس کی قوس شعاع $\overrightarrow{BE}$ کو قطع کرتی ہوئی لگایئے۔

(iv) نقطہ تقاطع کو C نام دیجیے۔

(v) نقطہ C کو مرکز مان کر 4.8cm رداس کی قوس لگائی اور نقطہ A کو مرکز مان کر 3cm رداس کی قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کرتی ہے۔

(vi) قطعات خط $\overline{AD}$ اور $\overline{CD}$ کھینچیے

چوکور ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

(ii) متوازی الاضلاع بنانا جبکہ ایک وتر اور دو متصلہ اضلاع کی مقداریں دی گئی ہوں

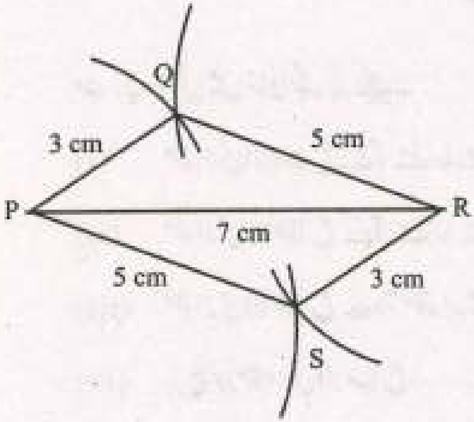
مثال: ایک متوازی الاضلاع PQRS بنایئے جبکہ

$m\overline{PQ} = 3cm, \quad m\overline{QR} = 5cm \quad m\overline{PR} = 7cm$

تحلیل: چونکہ $\overline{PQ}$ اور $\overline{QR}$ متصلہ اضلاع ہیں لہٰذا $\overline{PR}$ وتر ہوگا۔

مدارج عمل:

(i) $m\overline{PR} = 7cm$ لمبا کھینچیے۔

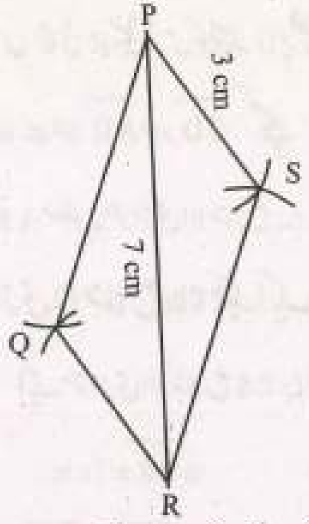


(ii) نقطہ P کو مرکز مان کر 3cm رداس کی قوس قطعہ خط PR کے اوپر کی طرف لگایئے۔

(iii) نقطہ R کو مرکز مان کر 3cm رداس کی قوس قطعہ خط PR کے نیچے کی طرف لگایئے۔

(iv) نقطہ P کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی قوس قطعہ خط PR کے نیچے کی طرف پہلی قوس کو قطع کرتی ہوئی لگایئے۔

(v) نقطہ R کو مرکز مان کر 5 رداس کی قوس قطعہ خط PR کے اوپر کی طرف پہلی قوس کو قطع کرتی ہوئی لگائی۔



(vi) قطعہ خط PR کے اوپر والے نقطہ تقاطع کو Q اور نیچے والے نقطہ تقاطع کو S نام دیجیے۔

(vii) قطعات خط $\overline{RS}$, $\overline{RQ}$, $\overline{PS}$, $\overline{PQ}$ کھینچیے۔

چوکور PQRS مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

نوٹ: قطعہ خط $\overline{PR}$ عمود اً لے کر نقاط Q اور S اُس کے دائیں بائیں بھی لیے جا سکتے ہیں۔

مشق 8.8

1. مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) متوازی الاضلاع کے آمنے سامنے کے اضلاع باہم .... ہوتے ہیں۔

(ii) متوازی الاضلاع کے آمنے سامنے کے زاویے مقدار میں .... ہوتے ہیں۔

(iii) متوازی الاضلاع کے وتر مقدار میں برابر .... ہوتے ہیں۔

(iv) ہر چوکور متوازی الاضلاع .... ہوتی ہے۔

(v) ہر متوازی الاضلاع .... بھی ہوتی ہے۔

2. متوازی الاضلاع PQRS بنائیے جبکہ

(i) $m\angle PQR = 100^\circ$, $m\overline{PQ} = 5cm$, $m\overline{QR} = 4cm$

(ii) $m\angle R = 45^\circ$, $m\overline{PR} = 3cm$, $m\overline{RS} = 5cm$

3. متوازی الاضلاع ABCD بنایئے جبکہ

(i) $m\overline{AB} = 3.6cm$, $m\angle A = 30^\circ$, $m\overline{DA} = 3.9cm$

(ii) $m\overline{BC} = 5cm$, $m\angle C = 70^\circ$, $m\overline{CD} = 6cm$

4. متوازی الاضلاع LMNP بنایئے جبکہ

(i) $m\overline{LM} = 5\ cm$, $m\overline{MN} = 3cm$, $m\overline{LN} = 6cm$

(ii) $m\overline{MN} = 2.4\ cm$, $m\overline{NP} = 3.6cm$, $m\overline{MP} = 2.9cm$

5. سوال 4،3،2 میں دی گئی متوازی الاضلاع میں ثابت کیجیے کہ

(i) آمنے سامنے کے اضلاع کی مقداریں برابر ہیں۔

(ii) آمنے سامنے کے زاویوں کی مقداریں برابر ہیں۔

6. ایک ایسی متوازی الاضلاع بنایئے جس کے وتر کی مقدار 6cm ہو اور دو متصل اضلاع کی مقداریں بالترتیب 5cm اور 3cm ہوں۔

7. ایک ایسی متوازی الاضلاع بنایئے جس کے متصل اضلاع کی مقداریں 4 سم اور 3 سم ہوں اور وتر کی مقدار 5 سم ہو اس کے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ یہ بھی بتایئے کہ یہ چوکور کی کونسی قسم ہے؟

یونٹ 9

معلومات داری
(Information Handling)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

1- پائی گراف بنانے کا طریقہ
2- معلوماتی مواد کا تصور اور اس کا حصول
3- گروہی اور غیر گروہی مواد
4- گروہ بندی کا طریقہ کار
5- جماعتی وقفے اور جماعتی حدود کا تعین

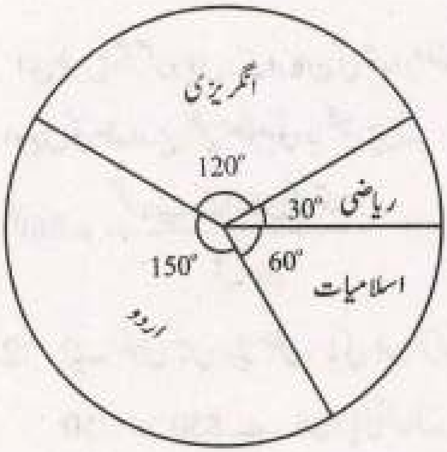
9.1 پائی گراف (Pie Graph)

مختلف گروہوں یا جماعتوں کے متعلق معلوم شدہ عددی حقائق کو دائروی علاقہ کے غیر مشترک سیکٹرز (Sectors) کے طور پر ظاہر کرنے کو پائی گراف یا دائروی گراف (Circular Graph) کہتے ہیں۔

عام طور پر یہ معلوم شدہ حقائق کے آپس کے موازنہ کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس میں دائرے کے مرکزی زاویہ (جوکہ $360°$ کا ہوتا ہے) کو گروہوں کے ارکان کی تعداد کی نسبت میں تقسیم کرلیا جاتا ہے۔

پائی گراف کو پڑھنے کا طریقہ چھٹی کلاس میں سکھایا جاچکا ہے۔

آیئے اس کا اعادہ کریں۔



مثال 1: سامنے دی گئی شکل 9.1 میں ایک لائبریری میں موجود ریاضی، انگریزی، اردو اور اسلامیات کی کتابوں کی تعداد کا موازنہ پائی گراف کی مدد سے کیا گیا ہے۔ اگر لائبریری میں موجود کتابوں کی کل تعداد 1200 ہو تو ہر مضمون کی کتابوں کی تعداد معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل ہے۔

ریاضی کی کتابوں کی تعداد $= \frac{30°}{360°} \times 1200 = 100$

انگریزی کی کتابوں کی تعداد $= \frac{120°}{360°} \times 1200 = 400$

اردو کی کتابوں کی تعداد $= \frac{150°}{360°} \times 1200 = 500$

اسلامیات کی کتابوں کی تعداد $= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 1200 = 200$

وضاحت:۔ 360° میں سے ریاضی کی کتابوں کا حصہ $= 30^\circ$

1200 میں سے ریاضی کی کتابوں کی تعداد $= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 1200 = 100$

اسی طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل فارمولا بھی اخذ کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{گروپ کے ارکان کی تعداد} = \frac{\text{گروپ سے متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار}}{360^\circ} \times \text{کل تعداد}$$

اسی طرح اگر گروپوں کے ارکان کی تعداد معلوم ہو تو پائی گراف بنانے کے لیے ان گروپوں سے متعلقہ زاویوں کی مقداریں بھی معلوم کی جاسکتی ہیں۔

$$\text{گروپ سے متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار} = \frac{\text{گروپ کے ارکان کی تعداد}}{\text{کل تعداد}} \times 360^\circ$$

مثال 2: ایک سکول میں بیڈمنٹن، ہاکی اور کرکٹ کو پسند کرنے والے طلبا کی تعداد بالترتیب 200، 750 اور 850 ہے۔ ان کو پائی گراف سے ظاہر کرنے کے لیے ان سے متعلقہ مرکزی زاویوں کی مقداریں معلوم کیجیے۔

حل: طلبا کی کل تعداد $= 200+750+850$

$= 1800$

کرکٹ پسند کرنے والوں سے متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار $= \frac{850}{1800} \times 360^\circ = 170^\circ$

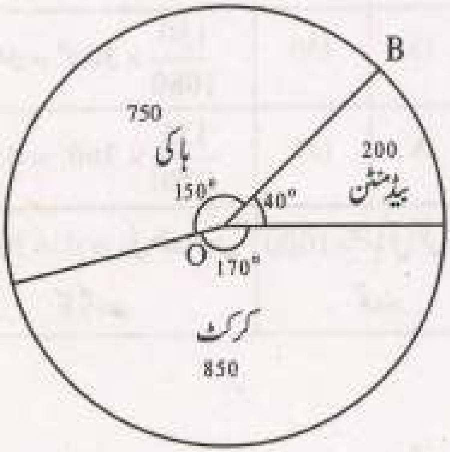
بیڈمنٹن پسند کرنے والوں سے متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار $= \frac{200}{1800} \times 360^\circ = 40^\circ$

ہاکی پسند کرنے والوں سے متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار $= \frac{750}{1800} \times 360° = 150°$

مندرجہ ذیل معلومات کو جدول کی مدد سے مختصراً یوں بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

کھیل	تعدادطلبا	مرکزی زاویہ کی مقدار
بیڈمنٹن	200	$\frac{200}{1800} \times 360° = 40°$
ہاکی	750	$\frac{750}{1800} \times 360° = 150°$
کرکٹ	850	$\frac{850}{1800} \times 360° = 170°$

پائی گراف بنانے کے طریقہ کی وضاحت



(i) ایک نقطہ O کو مرکز مان کر ایک دائرہ لگائیے۔

(ii) دائرے کا کوئی ایک رداس OA لگائیے۔

(iii) پروٹریکٹر کی مدد سے بیڈمنٹن سے متعلقہ مرکزی زاویہ $m\angle AOB = 40°$ بنائیے۔

(iv) پروٹریکٹر کی مدد سے ہاکی سے متعلقہ زاویہ $m\angle BOC = 150°$ بنائیے۔

(v) کرکٹ سے متعلقہ زاویہ $m\angle COA = 170°$ خودبخود بن جائیگا اس کی صرف پڑتال کرلیجیے۔

یادرکھیے: دائرے کا رداس پروٹریکٹر کے رداس کے برابر لینے سے پائی گراف بنانے میں سہولت رہتی ہے۔

مثال 3: ایک سکول میں پانچ کلاسوں کے طلبا کی تعداد کی تفصیل درج ذیل ہے۔ انہیں پائی گراف سے ظاہر کریں۔

VI : 300 طلبا   VII : 270 طلبا   VIII: 225 طلبا

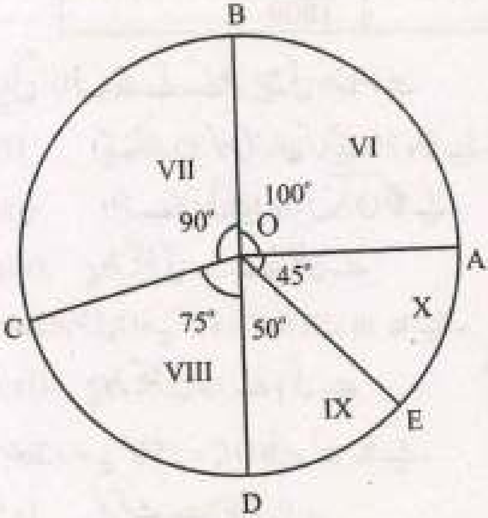
IX : 150 طلبا   X : 135 طلبا

حل: Class VI = 300 طلبا ، Class VII = 270 طلبا ، Class VIII = 225 طلبا

Class X = 135 طلبا ، Class IX = 150 طلبا

طلبا کی کل تعداد = 1080

کلاس	تعداد طلبا	متعلقہ مرکزی زاویہ کی مقدار
VI	300	$\frac{300}{1080} \times 360° = 100°$
VII	270	$\frac{270}{1080} \times 360° = 90°$
VIII	225	$\frac{225}{1080} \times 360° = 75°$
IX	150	$\frac{150}{1080} \times 360° = 50°$
X	135	$\frac{135}{1080} \times 360° = 45°$
طلبا کی کل تعداد = 1080		زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ = 360^0



مشق 9.1

1. ایک کلاس میں ریاضی کے مضمون میں طلبا کے حاصل کردہ گریڈز کی تفصیل یوں ہے۔

گریڈ	A	B	C	D	E	F
طلبا کی تعداد	8	10	30	6	4	2

اسے پائی گراف سے ظاہر کریں۔

2. ادیب اپنی آمدن کا %40 خوراک، %35 یوٹیلٹی بلز اور %10 لباس پر خرچ کرتا ہے اور باقی کا %15 بینک میں جمع کرواتا ہے۔ اُس کے اخراجات اور بچت کی تفصیل پائی گراف سے ظاہر کریں۔

3. عدنان نے جون کے مہینے میں اپنی آمدنی کا %25 کرایہ مکان، %30 خوراک، %10 لباس اور %15 کتابوں پر خرچ کیا اور باقی بینک میں جمع کروادیا۔ اُس کے اخراجات اور بچت کو پائی گراف سے ظاہر کریں۔

4. ایک فیکٹری میں جو افراد کام کرتے ہیں ان میں مردوں، عورتوں اور بچوں کی تفصیل یوں ہے۔

مرد = 320

عورتیں = 220

بچے = 180

ان معلومات کا پائی گراف بنائیے۔

5. مختلف پیشوں سے تعلق رکھنے والے گروہوں کو بینک کی طرف سے جو قرضے دیئے گئے اُن کی تفصیل درج ذیل ہے۔ ان معلومات کا پائی گراف بنائیے۔

گروہ	دکاندار	کاشتکار	ملازم پیشہ	صنعتکار
قرضہ	30,000 روپے	40,000 روپے	20,000 روپے	30,000 روپے

6. ایک سکول میں مختلف مضامین کے اساتذہ کی تعداد درج ذیل ہے۔ ان معلومات کا پائی گراف بنائیے۔

فزکس	بیالوجی	کیمسٹری	ریاضی	اسلامیات	اردو	انگلش	مضمون
2	2	3	5	3	4	5	تعداد اساتذہ

9.2 معلوماتی مواد (Data)

معلوماتی مواد سے مراد وہ شماریاتی معلومات ہیں جو اپنے اندر ایک جامع مفہوم رکھتی ہوں اور بنیادی طور پر تجربات و مشاہدات سے حاصل کی جائیں۔ عام طور پر یہ ماضی کی کارکردگی کے جائزہ اور مستقبل کی منصوبہ بندی کے لیے اکٹھی کی جاتی ہیں۔

مثلاً کسی سکول کے طلبا کے حاصل کردہ نمبروں کی بنیاد پر اُس ادارے کے طلبا اور اساتذہ کی کارکردگی کا جائزہ لیا جا سکتا ہے اور اُن کو بہتر بنانے کی کوشش کر کے مطلوبہ نتائج حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ اسی طرح کسی ملک کی آبادی اور وسائل کے متعلق شماریاتی معلومات حکومت کو بجٹ بنانے اور ترقیاتی کاموں کی منصوبہ بندی میں مدد دیتی ہیں۔

9.3 مواد کا حصول (Collection of Data)

معلوماتی مواد عام طور پر تین طریقوں سے حاصل کیا جاتا ہے۔

(i) متعلقہ ادارے یا علاقہ سے براہ راست حاصل کیا گیا مواد۔

(ii) ادارے یا علاقہ سے متعلقہ لوگوں یا میڈیا (اخبار، رسالے اور ٹی وی) وغیرہ کے ذریعے حاصل کیا گیا مواد۔

(iii) سوالناموں کی مدد سے اکٹھی کی گئی معلومات

9.4 مواد کی اقسام (Types of Data)

معلوماتی مواد دو قسم کا ہوتا ہے۔

(الف) غیر گروہی مواد (Ungrouped data)

(ب) گروہی مواد (Grouped data)

(الف) ایسا مواد جو انفرادی معلومات مہیا کرے، غیر گروہی مواد کہلاتا ہے۔ مثلاً نویں جماعت کے 15 طلبا نے ریاضی میں 100 میں سے جو نمبر حاصل کیے وہ اسطرح ہیں۔

45, 35, 30, 26, 52, 40, 95, 65, 75, 86, 72, 56, 90, 72, 75

(ب) گروہی مواد

انفرادی معلومات یا مواد کو گروہوں یا جماعتوں میں تقسیم کر کے کوئی خاص ترتیب دی جائے تو یہ گروہی مواد کہلاتا ہے۔ مثلاً اوپر دیے گئے مواد کو گروہی صورت میں اسطرح لکھیں گے:

26 سے 40 تک نمبر حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد = 4

41 سے 55 تک نمبر حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد = 2

56 سے 70 تک نمبر حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد = 2

71 سے 85 تک نمبر حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد = 4

86 سے 100 تک نمبر حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد = 3

اسے جدول کی صورت میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

طلبا کی تعداد	حاصل کردہ نمبر	گروہ
4	35, 30, 26, 40	26-40
2	45, 52	41-55
2	65, 56	56-70
4	75, 72, 72, 75	71-85
3	95, 86, 90	86-100

اس صورت میں تمام معلومات گروہوں کی شکل میں سامنے آ گئی ہیں۔

گروہ بندی کرتے وقت گروہوں کی یکساں خصوصیات کو مدنظر رکھا جانا چاہیے۔ مثلاً اوپر دیے گئے

گروہوں کو خصوصیات کے لحاظ سے اسطرح ترتیب دیا جاسکتا ہے۔

خصوصیات	حاصل کردہ نمبر
غیر تسلی بخش/ ناکام	26-40
اطمینان بخش	41-55
اچھا	56-70
بہت اچھا	71-85
بہت ہی اچھا	86-100

9.5 جماعتی وقفے اور جماعتی حدود (Class Intervals and Class Limits)

اوپر دیے گئے گروہی مواد میں (26-40) ،(41-55) ، (56-70) ،(71-85) ،(86-100) تمام جماعتی وقفے ہیں۔ ان میں سے ہر ایک وقفہ دو مقداروں کی درمیان تمام مقداروں کی نمائندگی کرتا ہے۔

ہر جماعتی وقفہ میں چھوٹی مقدار وقفے کی زیریں حد (Lower limit) اور بڑی مقدار وقفے کی بالائی حد (Upper limit) کہلاتی ہے۔

ہر وقفہ میں بالائی حد سے لے کر زیریں حد تک کے اعداد کی مقدار کو جسامت (Length) کہتے ہیں۔

وقفہ (26-40) میں مواد میں موجود 26 سے لیکر 40 تک تمام مقداروں کی نمائندگی ہو رہی ہے۔ اس وقفہ کی زیریں حد 26 اور بالائی حد 40 ہے۔ 26 سے لیکر 40 تک کل 15 ہیں لہٰذا وقفے کی جسامت 15 ہوگی۔

کسی وقفہ سے متعلقہ گروہ میں شامل ارکان کی تعداد اس وقفہ کا تعدد (frequency) کہلاتی ہے۔ یعنی وقفہ (26–40) کا تعدد 4 ہے۔ اسی طرح وقفہ (41–55) کا تعدد 2 ہے۔

کسی مواد میں وقفے اس میں شامل حقائق کے مطابق ہی بنائے جاتے ہیں۔

عام طور پر مواد میں شامل سب سے بڑی مقدار میں سے سب سے چھوٹی مقدار تفریق کر کے اُسے وقفوں کی تعداد پر تقسیم کرنے سے وقفہ کی جسامت معلوم کی جاتی ہے۔

وقفے کی جسامت = (سب سے بڑی مقدار - سب سے چھوٹی مقدار) ÷ وقفوں کی تعداد

کسی مواد کی گروہ بندی کرنے کے طریقہ کی وضاحت درج ذیل مثال سے کی جاتی ہے۔

مثال: ایک کارخانے میں کام کرنے والے مزدوروں کی فی گھنٹا اجرت کی جدول یہ ہے! اسے پڑھ کر نیچے دیئے گئے سوالات کے جواب دیجیے۔

فی گھنٹا اجرت روپوں میں	ٹیلی نشان	مزدوروں کی تعداد
16-20	III	3
21-25	IIII	4
26-30	~~IIII~~ I	6
31-35	~~IIII~~ IIII	9
36-40	III	3
41-45	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
46-50	III	3

(i) مزدورں کی کل تعداد کیا ہے؟

(ii) مواد کو کل کتنے گروہوں میں تقسیم کیا گیا ہے؟

(iii) کوئی سے دو جماعتی وقفے لکھیے؟

(iv) تیسرے جماعتی وقفے کی زیریں حد کیا ہے؟

(v) پانچویں جماعتی وقفے کی بالائی حد کیا ہے؟

یاد رکھیے:

~~IIII~~ =5

(vi) جماعتی وقفوں کی جسامت کیا ہے؟

(vii) چھٹے جماعتی وقفے میں مزدوروں کی کیا تعداد ہے؟

(viii) پہلے وقفے کی زیریں حد اور آخری وقفے کی بالائی حد میں کتنا فرق ہے؟

(ix) کسی مزدور کی اجرت 23 روپے فی گھنٹا ہو تو وہ کونسے جماعتی وقفے میں ہوگا؟

حل:

(i) مزدوروں کی کل تعداد = 40 = 3+4+6+9+3+12+3

(ii) کل گروہ = 7

(iii) (21-25) اور (26-30)

(iv) تیسرے جماعتی وقفے (26-30) کی زیریں حد 26 ہے۔

(v) پانچویں جماعتی وقفے (36-40) کی بالائی حد 40 ہے۔

(vi) جماعتی وقفوں کی جسامت 5 ہے۔

(vii) چھٹے جماعتی وقفے میں 12 مزدور ہیں۔

(viii) یہ فرق 34 ہے۔

(ix) دوسرے جماعتی وقفے میں

مشق 9.2

1: ایک دفتر میں ایک ہفتہ کے دوران 30 ملازمین کو موصول ہونے والی ٹیلی فون کالز کی تعداد اس طرح ہے

8, 7, 6, 5, 4, 10, 15, 16, 20, 35, 30, 26, 28, 30, 2, 4, 8, 9, 11, 18, 17,

19, 21, 23, 27, 40, 26, 27, 32, 33

5 کا جماعتی وقفہ لے کر گروہ بندی کیجیے

2: ایک ہسپتال میں ایک ہفتہ کے دوران جو مریض داخل ہوئے اُن کی عمروں کی تفصیل (سالوں میں) درج ذیل ہے۔10 کا وقفہ لے کر گروہ بندی کیجیے

25, 50, 49, 47, 26, 10, 2, 1, 15, 17, 18, 19, 27, 28, 30, 35, 40, 37, 32, 31, 3,

4, 7, 10, 15, 12, 13, 17, 14, 20, 22, 24, 26, 30, 17, 35, 40, 36, 32, 31,37

3: ایک امتحان میں ایک کلاس کے طلبا نے جو نمبر 550 میں سے حاصل کیے اُن کی تفصیل یہ ہے

350, 400, 250, 200, 315, 425, 430, 510, 210, 100, 50, 15, 220, 221,

435, 495, 375, 425, 475, 397, 390, 327, 260, 190, 270, 317, 450,

480, 290, 395, 490, 387, 390, 220, 425

50 کا جماعتی وقفہ لے کر گروہ بندی کیجیے

4: اوپر دیے گئے سوالات (1-3) میں مندرجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجیے (ہر سوال کے لیے ان تمام سوالات کے جوابات الگ الگ دیجیے)

(i) کل جماعتی وقفے کتنے ہیں؟

(ii) مواد میں سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت کیا ہے؟

(iii) تیسرے جماعتی وقفے میں شامل کوئی سی مقدار بتایئے؟

(iv) آخری وقفے کی بالائی حد کیا ہے؟

(v) پہلے جماعتی وقفے میں شامل مقداروں کی تعداد کیا ہے؟

(vi) جماعتی وقفوں کی جسامت کیا ہے؟

(vii) پہلے وقفے کی زیریں حد کیا ہے؟

معروضی سوالات

(Objective Items)

یونٹ 1:

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے" و "اور غلط بیان کے سامنے" غ "لکھیے۔

(i) $x \in \{a,b,c,d\}$ (ii) $5 \in \{1,2,3,\cdots,10\}$

(iii) $11 \in \{2,3,5,7,\cdots,21\}$ (iv) $2 \notin \{2,4,6,8,10\}$

(v) $0 \notin \{1,2,3,\cdots,10\}$ (vi) صفر مکمل اعداد کے سیٹ کا رکن ہے

(vii) "2" مثبت طاق اعداد کے سیٹ کا رکن ہے (viii) "4" جفت اعداد کے سیٹ کا رکن ہے

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ پر $\in$ یا $\notin$ کی علامت لگائیے تا کہ بیان درست بن جائے۔

(i) $3 \cdots \{1,2,3,4,5,6\}$ (ii) $4 \cdots \{1,3,5,7,9,\}$

(iii) $-1 \cdots \{1,2,3 \cdots\}$ (iv) $-3 \cdots \{0,\pm1,\pm2,\cdots\}$

(v) $-2 \cdots \{0,+1,+2,\cdots\}$ (vi) $0 \cdots \{1,2,3,\cdots\}$

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں سیٹ اور کالم B میں ان کے نام کو انگریزی حروف تہجی سے ظاہر کیا گیا ہے۔ سیٹ کو اسکے

متعلقہ نام سے بذریعہ لائن ملایئے۔

کالم A		کالم B
(i)	تمام قدرتی اعداد کا سیٹ	O
(ii)	تمام صحیح اعداد کا سیٹ	E
(iii)	تمام مکمل اعداد کا سیٹ	N
(iv)	تمام جفت اعداد کا سیٹ	W
(v)	تمام طاق اعداد کا سیٹ	Z

.4 کثیرالانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a، b، c یا d پر (✓) کا نشان لگایئے۔

(i) سیٹ {1,2,3,...,10} کا رکن کونسا عدد ہے؟

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) -2

(ii) سیٹ {1,2,3,...,10} کا کونسا عدد رکن نہیں ہے۔

(a) 1 (b) 5 (c) 6 (d) 0

(iii) کونسا عدد قدرتی اعداد کے سیٹ کا رکن نہیں ہے؟

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(iv) {3,2}∪{2,3,4} کس کے برابر ہے؟

(a) {2,3} (b) {3,4} (c) {2,4} (d) {2,3,4}

(v) $\{3,4,5\} \cap \{1,2,3\}$ کس کے برابر ہے؟

(a) $\{1,2\}$ (b) $\{3,4\}$ (c) $\{3\}$ (d) $\{1,2,3\}$

یونٹ 2

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے" د " اور غلط بیان کے سامنے" غ "لکھیے۔

(i) $(-a)\times(-b)=(+ab)$ (ii) $(+a)\times(+b)=(-ab)$

(iii) $(+a)\times(-b)=(-ab)$ (iv) $(-a)\times(+b)=(+ab)$

(v) $(-a)\times(-b)\div(-b)=(+a)$ (vi) $(+3)\times(-2)=-6$

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی خانے پر کیجیے۔

(i) $(+5)\times(+2)=\square$ (ii) $(-3)\times(-4)=\square$

(ii) $(-4)\times(+2)=\square$ (iv) $(-10)\div(-2)=\square$

(v) $(-8)\div(+4)=\square$ (vi) $\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{+3}{2}\right)=\square$

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں دیے گئے بیانات کا جواب کالم B میں موجود ہے۔ کالم A کے بیان کو کالم B میں موجود اس کے متعلقہ جواب سے بذریعہ لائن ملائیے۔

کالم A		کالم B
(i)	$(+4)\times(-1)$	$+4$
(ii)	$(+8)\div(+2)$	$+2$
(iii)	$\left(\frac{-4}{3}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right)$	-4
(iv)	$\left(\frac{-3}{5}\right)\div\left(\frac{+3}{5}\right)$	-1
(v)	$(-6)\div(-3)$	$+1$

.4 کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو c ,b ,a یا d پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) $(-3)\times(-2)\div(+2)$ برابر ہے۔

(a) -3 (b) $+6$ (c) $+3$ (d) -2

(ii) $(-ab)\div(-a)$ برابر ہے۔

(a) $-b$ (b) $+b$ (c) $+a$ (d) $-a$

(iii) $\left(-1\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{7}\right)$ برابر ہے۔

(a) -1 (b) $+1$ (c) $-\frac{16}{49}$ (d) $+\frac{16}{49}$

(iv) $\left(-2\frac{3}{4}\right)\div\left(+\frac{4}{11}\right)$ برابر ہے۔

(a) -1 (b) $+1$ (c) $+\frac{121}{16}$ (d) $\frac{-121}{16}$

(v) $(-2)[(-3)+(+2)]$ برابر ہے۔

(a) $+2$ (b) -2 (c) $+10$ (d) -10

یونٹ 3

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے'' د '' اور غلط بیان کے سامنے'' غ '' لکھیے۔

(i) $\frac{3}{4}$ ایک ناطق عدد ہے۔ (ii) $\frac{-5}{7}$ ایک ناطق عدد نہیں ہے۔

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) $\left(\frac{-3}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\square$ (ii) $\left(\frac{+3}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\square$

(iii) $\left(\frac{3}{2}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)=\square$ (iv) $(-10)\div\frac{5}{2}=\square$

(v) $\left(\frac{-3}{2}\right)+0=\square$ (vi) $\left(\frac{-3}{2}\right)\div\left(+\frac{3}{2}\right)=\square$

(vii) $\left(\frac{-3}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)+\square$

(viii) $\left(-\frac{1}{2}\right)\left[(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=\square\times(-3)+\square\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں سوالات اور کالم B میں ان کے جوابات موجود ہیں۔ کالم A کے سوالات کو کالم B میں ان کے متعلقہ جواب سے بذریعہ لائن ملایئے۔

کالم A		کالم B
(i)	$\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(+\frac{10}{2}\right)$	+3
(ii)	$\left(-\frac{15}{2}\right)\div\left(\frac{-5}{2}\right)$	−3
(iii)	$\left(\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{5}{2}\right)$	+6
(iv)	$\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{5}{2}\right)$	−4
(v)	$(-3)\left[-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right]$	+4

4. کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a، b، c یا d پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) $\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}$ برابر ہے۔

(a) −2 (b) +2 (c) +1 (d) −1

(ii) $\frac{-3}{2}-\frac{1}{2}$ برابر ہے۔

(a) −2 (b) +2 (c) +1 (d) −1

(iii) $\left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{2}{9}\right)$ برابر ہے۔

(a) -3 (b) $+3$ (c) $\frac{-1}{3}$ (d) $\frac{+1}{3}$

(iv) $\left(+\frac{6}{7}\right) \div \left(\frac{3}{14}\right)$ برابر ہے۔

(a) -1 (b) $+1$ (c) $+4$ (d) -4

(v) $\left(\frac{-6}{5}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right)$ برابر ہے۔

(a) $-\frac{2}{3}$ (b) $-\frac{3}{2}$ (c) $+\frac{2}{3}$ (d) $+\frac{3}{2}$

یونٹ 4

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے" د " اور غلط بیان کے سامنے" غ " لکھیے۔

(i) $b \times b = b^2$

(ii) $7^2 = 7 \times 7$

(iii) $9^2 = 18$

(iv) $(1)^2 = 2$

(v) $\sqrt{4} = 2$

(vi) $\sqrt{9}$ میں 9 مجذور کہلاتا ہے۔

(vii) 16 کا جذر المربع 4 ہے۔

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ مکمل کیجیے۔

(i) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ = ________

(ii) $(3)^2$ = ________

(iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ = ________

(iv) $\sqrt{\frac{4}{9}} =$ ____________

(v) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} =$ ____________

(vi) $\sqrt{4 \times 9} =$ ____________

(vii) $\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} =$ ____________

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں دی گئی رقوم کا جذر کالم B میں موجود ہے۔ کالم A میں دی گئی رقوم کو کالم B میں دیے گئے متعلقہ جذر سے بذریعہ لائن ملایے۔

کالم A		کالم B
(i)	$\sqrt{\frac{4}{25}}$	$\frac{4}{3}$
(ii)	$\sqrt{\frac{25}{9}}$	$\frac{3}{4}$
(iii)	$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$	$\frac{2}{5}$
(iv)	$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$	$\frac{5}{6}$
(v)	$\sqrt{\frac{9}{16}}$	$\frac{6}{5}$
(vi)	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}$	$\frac{5}{3}$

4. کثیرالانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو c,b,a یا d پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ برابر ہے۔

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{-3}{4}$ (c) $\frac{9}{16}$ (d) $-\frac{9}{16}$

(ii) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ برابر ہے۔

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

(iii) $\sqrt{\frac{36}{81}}$ برابر ہے۔

(a) $\frac{36}{9}$ (b) $\frac{6}{81}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

(iv) $\sqrt{1.69}$ برابر ہے۔

(a) 1.1 (b) 13 (c) 1.3 (d) 0.13

(v) $\sqrt{\frac{121}{100}}$ برابر ہے۔

(a) $\frac{11}{100}$ (b) $\frac{121}{10}$ (c) 11 (d) 1.1

یونٹ 5

.1 صحیح / غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے'' د ''اور غلط بیان کے سامنے'' غ '' لکھیے۔

(i) قیمت خرید اور فروخت میں فرق نفع یا نقصان کہلاتا ہے۔

(ii) اگر قیمت خرید، قیمت فروخت سے کم ہو تو نقصان ہوتا ہے۔

(iii) اگر قیمت فروخت، قیمت خرید سے زیادہ ہو تو نفع ہوتا ہے۔

(iv) نفع قیمت خرید پر ہوتا ہے۔

(v) نقصان قیمت فروخت پر ہوتا ہے۔

.2 تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ مکمل کیجیے۔

(i) قیمت فروخت – قیمت خرید = ______

(ii) قیمت خرید – قیمت فروخت = ______

(iii) نفع فی صد = $\dfrac{\text{نفع}}{\boxed{}} \times 100$

(iv) نقصان فی صد = $\dfrac{\boxed{}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

(v) اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو 10% نفع پر قیمت فروخت ______ روپے ہوگی۔

(vi) اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو 10% نقصان پر قیمت فروخت ______ روپے ہوگی۔

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں دیے گئے سوالات کا جواب کالم B میں موجود ہے۔ کالم A کے سوالات کو کالم B میں دیے گئے ان کے متعلقہ جوابات سے ملایئے۔

	کالم A	کالم B
(i)	$\frac{20}{25}\times 100$	80%
(ii)	$\frac{3}{4}\times 100$	50%
(iii)	$\frac{25}{50}\times 100$	75%
(iv)	$\frac{160}{400}\times 100$	20%
(v)	$\frac{300}{1500}\times 100$	40%

4. کثیرالانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو c,b,a یا d پر (✓) کا نشان لگایئے۔

(i) انور ایک کتاب 16 روپے کی خرید کر 20 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ اسے کتنے فیصد نفع ہوا؟

(a) 20% (b) 25% (c) 50% (d) 75%

(ii) عائشہ نے ایک سوٹ 100 روپے کا خرید کر 80 روپے میں فروخت کیا۔ اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہوا؟

(a) 20% نفع (b) 20% نقصان (c) 40% نفع (d) 40% نقصان

(iii) نوید نے 200روپے کا ریڈیو خرید کر 150روپے میں فروخت کر دیا۔ نفع یا نقصان فیصد بتایئے۔

(a) 20% نفع (b) 20% نقصان (c) 25% نفع (d) 25% نقصان

(iv) شاہزیب نے 400روپے کی میز خرید کر 500روپے میں فروخت کر دی۔ نفع یا نقصان فیصد بتایئے۔

(a) 20% نقصان (b) 25% نفع (c) 100% نفع (d) 100% نقصان

(v) شہریار نے 250روپے کی کاپیاں خرید کر 500روپے میں فروخت کیں۔ نفع یا نقصان فیصد بتایئے۔

(a) 25% نفع (b) 25% نقصان (c) 100% نفع (d) 100% نقصان

یونٹ 6

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

دیے گئے بیانات میں سے درست بیانات کے سامنے "د" اور غلط بیانات کے سامنے "غ" لکھیے۔

(i) 7:8 کو 8:7 بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(ii) 9:12 کو 3:4 بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(iii) ایک تھیلے میں 10 کلوگرام چینی ہے اور دوسرے تھیلے میں 20 گرام چینی ہے اُن کی مقداروں میں 1:2 ہوگی۔

(iv) 2:3 کو $\frac{2}{3}$ بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(v) اگر علی کے پاس 5روپے اور عمر کے پاس کوئی روپیہ نہیں ہے تو اُن کی رقموں میں 5:1 ہو

(vi) اگر a:b=3:4 اور b:c=4:5 تو a:c=3:5

(vii) اگر کوئی رقم دو بچوں میں 1:4 کی نسبت سے تقسیم کرنی ہو تو اس کے 5 برابر حصے کرنے ہوں گے۔

(viii) $\frac{1}{100} : \frac{1}{10}$ کو 100:10 بھی لکھا جا سکتا ہے۔

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) اگر ایک نقطہ C ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے تو $m\overline{AC} : m\overline{CB} =$ ______

(ii) ایک آدمی اپنی آمدنی کا 25 فیصد بچاتا ہے۔ اگر وہ 3600 روپے خرچ کرتا ہو تو اس کی آمدنی ______ روپے ہوگی۔

(iii) 256 گولیاں تین افراد C, B, A میں 3:5:8 کی نسبت سے تقسیم کی جائیں تو سب سے بڑا حصہ ------ کا ہوگا۔

(iv) ایک کتاب کی قیمت خرید اور منافع میں 4:1 ہے اگر منافع 24 روپے ہو تو قیمت خرید ______ روپے ہوگی۔

(v) اگر $a:3=7:8$ تو $a=$ ______

(vi) اگر $x:y=3:4$ اور $x=24$ تو $y=$ ______

(vii) اگر $a:b=c:d$ تو $ad=$ ______

(viii) اگر $3x=4y=5z$ تو $x:y:z=$ ______

3. کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں۔ جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a، b، c یا d پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) دی گئی شکل میں b, a اور c زاویوں کی مقداروں میں نسبت 1:2:3 ہے زاویہ a کی مقدار ہوگی

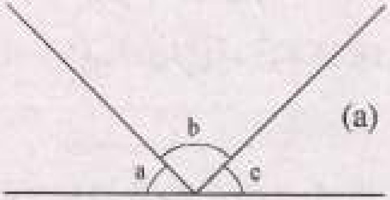
(a) 30° (b) 50° (c) 60° (d) 90°

(ii) $r=18$، $r:S=6:y$، تو $y:S$ برابر ہوگا۔

(a) 1:3 (b) 19:6 (c) 9:1 (d) 3:1

(iii) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{1}{4}$ میں نسبت ہوگی۔

(a) 1:3 (b) 12:5 (c) 5:12 (d) 5:4



(iv) اگر $x:6=\frac{1}{8}:\frac{1}{4}$ تو x کی قیمت ہوگی۔

(a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 12 (d) $\frac{4}{3}$

(v) ایک چوکور ABCD کے زاویوں $\angle A$، $\angle B$، $\angle C$، $\angle D$ کی مقداروں میں نسبت 3:4:5:6 ہے۔ $m\angle B:m\angle D$ برابر ہوگی۔

(a) 3:4 (b) 4:5 (c) 5:6 (d) 2:3

4- مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم I کے بیانات کو کالم II میں دیے گئے مترادف بیانات سے بذریعہ لائن ملائیے۔

I		II	
(i)	$\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{20}$	(a)	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
(ii)	$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}:\frac{4}{5}$	(b)	$\frac{a}{d}=\frac{b}{c}$
(iii)	$a:b=c:d$	(c)	$da=bc$

(iv) $\frac{4}{5}:\frac{3}{4}:\frac{2}{3}$ (d) 5:4:1

(v) a:d=b:c (e) 40:45:48

(vi) a:c=d:b (f) 48:45:40

(vii) $\frac{1}{5}:\frac{1}{20}:\frac{1}{4}$ (g) 4:1:5

(viii) $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ (h) ab=cd

یونٹ 7

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

دیے گئے بیانات میں سے درست بیانات کے سامنے "د" اور غلط بیانات کے سامنے "غ" لکھیے۔

(i) $3x^2+1$ دو درجی کثیر رقمی ہے۔

(ii) ایسا جملہ جو صرف ایک مستقل مقدار پر مشتمل ہو صفر درجے کی کثیر رقمی کہلاتا ہے۔

(iii) "0" ایک کثیر رقمی ہے۔

(iv) 3 ایک کثیر رقمی نہیں ہے۔

(v) $x+\frac{1}{x}$ ایک کثیر رقمی ہے۔

(vi) کثیر رقمی $x^2y+x^3y+3^5$ کا درجہ 5 ہے۔

(vii) $x(x-2)=x^2-2$

(viii) اگر $3x-3=0$ تو $x=1$

(ix) $x-2<0$ ایک مساوات ہے۔

(x) کثیر رقمی $5x^3+y^4+x^2y^5$ کا درجہ 7 ہے۔

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ مکمل کیجیے۔

(i) ایسی کثیر رقمی جس میں شامل متغیر کا قوت نما ایک ہو ------- کثیر رقمی کہلاتی ہے۔

(ii) ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ صفر ہو، ایک ------- ہوتی ہے۔

(iii) ایسا فقرہ جو دو جملوں کے درمیان "=" کا تعلق ظاہر کرے ------- کہلاتی ہے۔

(iv) ایسی مساوات جس میں شامل متغیر کا قوت نما ایک ہو ------- مساوات کہلاتی ہے۔

(v) ایسا فقرہ جو دو جملوں کے درمیان ">" یا "<" کا تعلق ظاہر کرے ------- کہلاتی ہے۔

(vi) $\frac{3ab^2}{ba^2} =$ -----------

(vii) $xy(x^2y^2+1) =$ -----------

(viii) اگر $5x=10$ تو $x=$ ----------

(ix) اگر $\frac{x}{4}=3$ تو $x=$ ----------

(x) $(x+y)(x-y)=$ ----------

(xi) $(x^2+1)+$ ---------- $= 3x^2+x+5$

3. کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a، b، c یا d پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) مساوات $\frac{3x}{4}=\frac{4}{3}$ کا حل سیٹ ہوگا۔

(a) $\{1\}$ (b) $\{0\}$ (c) $\left\{\frac{16}{9}\right\}$ (d) $\left\{\frac{9}{16}\right\}$

(ii) جملہ $\frac{3x+6}{3}$ کو اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(a) x+1 (b) x+6 (c) x+2 (d) 3x+2

(iii) جملہ $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}$ برابر ہوگا۔

(a) $\frac{12x+12y}{12}$ (b) $\frac{4x+3y}{12}$ (c) $\frac{4y+3x}{12}$ (d) $4x+3y$

(iv) اگر $x=3$ تو جملہ $x-3$ کی قیمت ہوگی۔

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 9

(v) اگر $y=1$ تو جملہ $y+\frac{1}{y}$ کی قیمت ہوگی۔

(a) 1 (b) 3/2 (c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

(vi) اگر x ایک مثبت صحیح عدد ہو تو فقرہ $x \leq 4$ درست ہونے کے لئے x کی قیمتوں کا سیٹ ہوگا۔

(a) {0,1,2,3} (b) {1,2,3} (c) {1,2,3,4} (d) {0,1,2,3,4}

4. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم I کے بیانات کو کالم II میں دیے گئے مترادف بیانات سے بذریعہ لائن ملائیے۔

I		II	
(i)	ایسی کثیر رقمی جس کا کوئی درجہ نہ ہو	(a)	x^3-5x
(ii)	ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ صفر ہو	(b)	$x=-3$
(iii)	$x(x^2-5)$	(c)	$2x^2+3x^3+1+x^4+x$
(iv)	$x(x^2)-5$	(d)	$x-3=0$
(v)	$\frac{3x+9}{3}=0$	(e)	$5-x^3$

(vi) $\frac{3x-9}{3}=0$ (f) x^3-5

(vii) $x^4+3x^3+2x^2+x+1$ (g) 3

(viii) 5درجی کثیر رقمی (h) 0

یونٹ 8

1. صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

نیچے دیے گئے بیانات میں سے درست بیان کے سامنے ''د'' اور غلط بیان کے سامنے ''غ'' لکھیے۔

(i) ذوزنقہ میں دو اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

(ii) ایسا وتر جو دائرے کے مرکز سے گزرتا ہو، اس کو دائرے کا رداس کہتے ہیں۔

(iii) دائرے کا نصف قطر رداس کہلاتا ہے۔

(iv) دائرے کا محیط اور دائرے کے قطر میں نسبت $\frac{22}{7}$ ہے۔

(v) دائرے کا محیط = $2\pi r$

(vi) دائرے کا رقبہ = $2\pi r^2$

2. تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ مکمل کیجیے۔

(i) دائرے کا محیط جبکہ رداس r ہو =____________

(ii) دائرے کا رقبہ جبکہ رداس a ہو =____________

(iii) π =____________

(iv) رداس $\frac{\square}{2}$

(v) بیلن کا حجم =____________

(vi) ------------=منحنی سطح کا رقبہ

(vii) ------------=بیلن کی کل سطح کا رقبہ

3. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم A میں دی گئی معلومات کو ان کے متعلقہ فارمولے سے کالم B میں بذریعہ لائن ملایئے۔

	کالم A	کالم B
(i)	دائرے کا محیط	πr^2
(ii)	دائرے کا رقبہ	$2\pi r$
(iii)	بیلن کا حجم	$2\pi rh$
(iv)	بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ	$2\pi r(r+h)$
(v)	بیلن کی کل سطح کا رقبہ	$\pi r^2 h$

4. کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a,b,c یا d پر "✓" کا نشان لگایئے۔

(i) ایک دائرے کا رداس 7 سم ہے۔ اس کا قطر بتایئے۔

(a) 22 سم (b) 44 سم (c) 3.5 سم (d) 14 سم

(ii) ایک دائرے کا قطر 14 سم ہے۔ اس کا رداس بتایئے۔

(a) 176 سم (b) 28 سم (c) 14 سم (d) 7 سم

(iii) ایک دائرے کا رداس 7 سم ہے۔ اس کا رقبہ بتایئے۔

(a) 154 مربع سم (b) 44 مربع سم (c) 14 مربع سم (d) 3.5 مربع سم

(iv) ایک دائرے کا رداس 21 سم ہے۔ اس کا قطر بتایئے۔

(a) 154 سم (b) 44 سم (c) 42 سم (d) 3.5 سم

(v) ایک بیلن کا رداس 7 سم ہے اور اس کی اونچائی 1 سم ہے۔ اس کا حجم بتایئے۔

(a) 14 مکعب سم (b) 154 مکعب سم (c) 44 مکعب سم (d) 3.5 مکعب سم

یونٹ 9

1 صحیح/غلط سوالات (True/False Items)

دیے گئے بیانات میں سے درست بیانات کے سامنے ''ؤ'' اور غلط بیانات کے سامنے ''غ'' لکھیے۔

(i) دائرے کے مرکزی زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 365° ہوتا ہے۔

(ii) پائی گراف میں دائرے کے سیکٹرز مشترک بھی ہو سکتے ہیں۔

(iii) مختلف جماعتوں کے ارکان سے متعلق انفرادی معلومات فراہم کرنے والے مواد کو گروہی مواد کہتے ہیں۔

(iv) گروہی مواد میں شامل کسی گروہ کے ارکان دوسرے گروہ میں بھی شامل ہو سکتے ہیں۔

(v) اگر کسی گروہی مواد میں شامل دو جماعتی وقفے (15–1)، (30–15) ہوں تو رکن 15 دونوں جماعتی وقفوں میں نہیں لکھا جا سکتا۔

(vi) جماعتی وقفے (10–0) کی جسامت 10 ہے۔

(vii) جماعتی وقفے (10–0) کی زیریں حد 0 ہے۔

.2 تکمیلی سوالات (Completion Items)

خالی جگہ پر کیجیے۔

(i) پائی گراف میں چند گروہوں کے عددی موازنے کو اس کے ------ سیکٹرز کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔

(ii) پائی گراف کو ------ گراف بھی کہتے ہیں۔

(iii) اگرکسی لائبریری میں ریاضی کی کتابیں کل کتابوں کا $\frac{1}{4}$ حصہ ہوں تو پائی گراف پر ان کو ظاہر کرنے والے زاویہ کی مقدار ------- ہوگی۔

(iv) ایسا معلوماتی مواد جو انفرادی معلومات مہیا کرے ------- مواد کہلاتا ہے۔

(v) ایک جماعتی وقفے میں شامل ارکان کی تعداد اس وقفے کا ------- کہلاتا ہے۔

(vi) ہر جماعتی وقفہ اپنی زیریں حد سے لیکر بالائی حد تک کی تمام مقداروں پر ------- ہوتا ہے۔

(vii) وقفہ (30–25) میں 30 وقفہ کی ------- ہے۔

(viii) وقفہ (40–31) میں 31 وقفہ کی ------- ہے۔

3. کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Items)

ہر سوال کے چار ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں جن میں سے ایک جواب درست ہے۔ درست جواب کے جزو a، b، c یا d پر " ✓ " کا نشان لگائیے۔

(i) اگر کسی آبادی میں 40% عورتیں ہوں تو پائی گراف پر انہیں ظاہر کرنے کے لئے مرکزی زاویہ ہوگا۔

(a) 150° (b) 144° (c) 160° (d) 120°

(ii) اگر پائی گراف پر ریاضی کے اساتذہ کو ظاہر کرنے والا زاویہ کی مقدار 72° ہو تو ریاضی کے اساتذہ کی تعداد کل تعداد کا کتنے فیصد ہوگی؟

(a) 30% (b) 40% (c) 20% (d) 25%

(iii) کسی امتحان میں 40 طلبا کے نمبر حاصل کرنے کی تفصیل درج ذیل جدول میں دی گئی ہے۔

حاصل کردہ نمبر	41-60	61-80	81-100
تعداد طلبا	10	18	12

(A) وقفہ (61-80) اور (81-100) کی زیریں حدیں ہونگی۔

(a) 80,81 (b) 81,61 (c) 80,100 (d) 70,90

(B) وقفہ (41-60) اور (61-80) کی بالائی حدیں ہونگی۔

(a) 41,61 (b) 41,80 (c) 60,61 (d) 80,60

(C) دو متصل وقفوں کی بالائی حدیں ہونگی۔

(a) 60,100 (b) 60,80 (c) 80,100 (d) (b)اور(c) دونوں

(D) ہر وقفے کی جسامت ہے۔

(a) 20 (b) 10 (c) 15 (d) 5

4. مطابقت کے سوالات (Matching Items)

کالم I کے بیانات کو کالم II میں دیے گئے مترادف بیانات سے بذریعہ لائن ملایئے۔

I		II	
(i)	$\frac{\theta}{360^\circ} \times 1200 = n$	(a)	72°
(ii)	وقفہ (0-10) کی جسامت	(b)	0
(iii)	$\frac{20}{100} \times 360^\circ$	(c)	20
(iv)	وقفہ (0-10) کی زیریں حد	(d)	$\frac{n}{1200} \times 360^\circ = n$
(v)	وقفہ (11-20) کی بالائی حد	(e)	11

جوابات

مشق 1.1

1. (i) درست (ii) درست (iii) غلط (iv) غلط
(v) درست (vi) درست (vii) غلط (viii) درست
(ix) غلط

2. (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\in$ (iv) $\notin$
(v) $\in$ (vi) $\in$

3. (i) 5 (ii) 6 (iii) 5 (iv) 4 (v) 3

4. (i), (iii), (iv)

5. (i) $\{1,2,3,...,10\}$ (ii) $\{2,4,6,8,...,20\}$
(iii) $\{2,3,5,7,11\}$ (iv) $\{3,6,9,12\}$
(v) $\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$ (vi) $\{16,17,18,...,24\}$
(vii) $\{1,2,3,4,...\}$ (viii) $\{0,\pm2,\pm4,\pm6,\pm8,...\}$
(ix) $\{+1,+2,+3,...\}$ (x) $\{+1,+3,+5,+7,...\}$
(xi) $\{0,1,2,3,...,150\}$ (xii) $\{1,2,3,4,...,1364\}$

6. (i) A=پہلے بیس قدرتی اعداد کا سیٹ (ii) B=10 تک مکمل اعداد کا سیٹ
(iii) C=10 تک مثبت جفت اعداد کا سیٹ (iv) D=13 تک طاق اعداد کا سیٹ
(v) F=-4 سے 3 تک صحیح اعداد کا سیٹ (vi) N=تمام قدرتی اعداد کا سیٹ
(vii) W=تمام مکمل اعداد کا سیٹ (viii) R=تمام انگریزی حروف تہجی کا سیٹ
(ix) S=3 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ (x) T=تمام واول حروف کا سیٹ

7. (i) متناہی (ii) غیر متناہی
(iii) متناہی (iv) متناہی

(v) متناہی (vi) غیر متناہی

(vii) غیر متناہی (viii) غیر متناہی

مشق 1.2

1. $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A \cap B = \{1,3,5\}$
2. $C \cup B = \{0,1,2,3,...,10\}$, $C \cap B = \{2,4,6,8\}$
3. $S \cup T = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $S \cap T = \phi$
4. $M \cup N = \{a,i,o,e,u,y\}$, $M \cap N = \phi$
5. $A \cup B = \{1,2,3,...,100\}$, $A \cap B = \phi$
6. $A \cup B = \{1,3,5,6,7,9,11,12,13,15\}$, $A \cap B = \{3,9,15\}$
7. $P \cup Q = \{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $P \cap Q = \{2,4,6,8\}$
8. $X \cup Y = \{0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,\pm 4\}$, $X \cap Y = \{0,\pm 1,\pm 2\}$
9. $A \cup B = \{1,2,3,...,\ 11\}$, $A \cap B = \{2,3,5,7\}$
10. $X \cup Y = \{2,3,4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$, $X \cap Y = \{6,12,18\}$
11. $X \cup Y = \{1,2,3,4...\}$, $X \cap Y = \{\ \}$
12. (i) $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5\}$ (ii) $C \cup D = \{1,2,3,4,5,6\}$

    (iii) $A \cap B = \{1,2,3,4\}$ (iv) $B \cap C = \{2,4\}$

    (v) $A \cup D = \{0,1,2,3,4,5\}$ (vi) $D \cap B = \{1,3\}$

مشق 2.1

1. صحیح اعداد = -5,+5,-77,-3,-105,+205,-3001,+715,-312

   تمام اعداد سمتی اعداد ہیں = سمتی اعداد

   تمام صحیح اعداد سمتی اعداد بھی ہیں = صحیح اعداد اور سمتی اعداد

2. (i) -128 (ii) +183 (iii) -447 (iv) −12

	(v)	+207	(vi)	-220				
3.	(i)	-1619	(ii)	+5500	(iii)	+1130	(iv)	-1322
	(v)	-18	(vi)	+780	(vii)	-780	(viii)	+497
	(ix)	-1230	(x)	+1222				

مشق 2.2

1.	(i)	-15	(ii)	-28	(iii)	+300	(iv)	+250
	(v)	+6700	(vi)	+250000	(vii)	-45	(viii)	-56
	(ix)	-65	(x)	-40	(xi)	+48	(xii)	-108
2.	(i)	+72	(ii)	-36	(iii)	-70	(iv)	-195
	(v)	-120	(vi)	195	(vii)	+180	(viii)	+168
	(ix)	-56						

مشق 2.4

1.	(i)	+4	(ii)	+5	(iii)	-11	(iv)	-15
	(v)	+9	(vi)	+16	(vii)	-10	(viii)	-9
	(ix)	+13	(x)	-11	(xi)	-4	(xii)	+9
2.	(i)	+5	(ii)	-5	(iii)	-10	(iv)	+9
	(v)	+125	(vi)	-40	(vii)	-4	(viii)	-5
	(ix)	-33	(x)	-64	(xi)	+14	(xii)	-20

مشق 3.1

1.	(i)	✓	(ii)	✗	(iii)	✓
	(iv)	✓	(v)	✗	(vi)	✓

2. (i) $\frac{7}{8}$ (ii) $\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{11}{9}$ (iv) $\frac{-14}{15}$

(v) $\frac{-3}{5}$ (vi) $\frac{+14}{5}$ (vii) 8 (viii) $\frac{1}{2}$

مشق 3.2

(i) خاصیت مبادلہ بلحاظ جمع (ii) تفریق پر ضرب کی خاصیت تقسیمی

(iii) تفریق پر ضرب کی خاصیت تقسیمی (iv) جمع پر ضرب کی خاصیت تقسیمی

(v) خاصیت تلازم بلحاظ جمع (vi) خاصیت تلازم بلحاظ ضرب

مشق 3.3

(i) غیر مختتم اور متواتر (ii) مختتم (iii) مختتم

(iv) غیر مختتم اور متواتر (v) غیر مختتم اور متواتر (vi) غیر مختتم اور متواتر

(vii) مختتم (viii) غیر مختتم اور متواتر (ix) مختتم

(x) مختتم (xi) مختتم (xii) غیر مختتم اور متواتر

مشق 4.1

1. (i) 9 (ii) 36 (iii) 64 (iv) 81

(v) 100 (vi) 16

2. (i) 121 (ii) 144 (iii) 169 (iv) 196

(v) 225 (vi) 256 (vii) 324 (viii) 400

(ix) 361 (x) 441 (xi) 1024 (xii) 1225

(xiii) 1764 (xiv) 5625 (xv) 11025 (xvi) 48400

3. (i) 8 (ii) 6 (iii) 10 (iv) 12

(v) 15 (vi) 22

مشق 4.2

1.	4	2.	9	3.	10	4.	11
5.	13	6.	12	7.	15	8.	14
9.	17	10.	20	11.	21	12.	24
13.	22	14.	25	15.	26	16.	29
17.	30	18.	33	19.	32	20.	35
21.	40	22.	50	23.	64	24.	66
25.	70	26.	110	27.	120	28.	160

مشق 4.3

1.	$\frac{5}{6}$	2.	$\frac{2}{3}$	3.	$\frac{1}{3}$	4.	$\frac{8}{13}$
5.	$\frac{16}{25}$	6.	$\frac{4}{7}$	7.	$1\frac{5}{6}$	8.	$1\frac{29}{35}$
9.	$1\frac{5}{6}$	10.	$3\frac{1}{4}$	11.	$6\frac{2}{5}$	12.	$1\frac{19}{24}$

مشق 4.4

1.	1.4	2.	1.5	3.	1.6	4.	3.6
5.	2.2	6.	2.4	7.	3.2	8.	4.4
9.	4.3	10.	4.8	11.	5.5	12.	6.6

مشق 4.5

1.	3.6 میٹر	2.	6.6 سینٹی میٹر	3.	105 میٹر	4.	81 میٹر
5.	20 میٹر	6.	7	7.	160 میٹر	8.	320 میٹر
9.	400 روپے						

مشق 5.1

1.	11.11% نفع	2.	7.74% نقصان	3.	33.33% نفع
4.	16.67% نقصان	5.	9.09% نقصان	6.	6.67% نفع
7.	14.28% نفع	8.	14.28% نفع		

مشق 5.2

1. (i) 660 روپے (ii) 53240 روپے (iii) 126000 روپے
   (iv) 14775 روپے (v) 182250 روپے (vi) 34857.50 روپے

2.	1980 روپے	3.	51750 روپے	4.	134640 روپے
5.	297000 روپے				

مشق 5.3

1. (i) 44173.9 روپے تقریباً (ii) 17897.43 روپے تقریباً
   (iii) 83805.56 روپے تقریباً (iv) 97652.17 روپے تقریباً
   (v) 32972.97 روپے تقریباً (vi) 114585.7 روپے تقریباً

2.	20416.67 روپے تقریباً	3.	83076.9 روپے تقریباً
4.	45795.56 روپے تقریباً	5.	1224.48 روپے, 12.24 روپے تقریباً

مشق 6.1

1. $l:m:n$		2. $a:b:c$		3. $x:y:z$	
(i)	15:6:10	(i)	9:12:10	(i)	10:15:6
(ii)	8:3:6	(ii)	80:8:3	(ii)	8:45:24
(iii)	2:9:3	(iii)	6:1:4	(iii)	12:14:9

4. 45:99:110 5. 4:3:1 6. 14:7:44

7. (i) 16 cm (ii) 160 cm^2 (iii) 52 cm (iv) 5: 26 (v) 4:13 (vi) 8:5:26

مشق 6.2

1. اکرم=204روپے
اسلم=136روپے
انور=102روپے

2. $m\angle A = 60^\circ$
$m\angle B = 90^\circ$
$m\angle C = 30^\circ$

3. چینی=1کلوگرام
میدہ=1.5کلوگرام
آئل=3کلوگرام

4. خوراک = 6000روپے
لباس = 2000روپے
تعلیم = 5000روپے

5. سیمنٹ:ریت:بجری
8 : 12 : 3

6. مدیحہ=1200روپے
اکرام=3600روپے
ضرغام=4500روپے

7. ضحیٰ=800روپے ، زارا=2400روپے ، طحہٰ=4800روپے ، طیب=200روپے

مشق 6.3

1. انور:400روپے
اصغر:600روپے

2. علی:2000روپے
وسیم:1200روپے

3. خاقان=4000روپے
ذیشان=9000روپے
اکرام=12000روپے

4. علی=1000روپے
احمد=1200روپے
رضا=1350روپے

5. پہلا حصہ=1800روپے
دوسرا حصہ=1200روپے
تیسرا حصہ = 720روپے

6. پہلا حصہ = 768روپے
دوسرا حصہ = 512روپے
تیسرا حصہ = 384روپے
چوتھا حصہ = 192روپے

7. x=416روپے ، y=312 روپے ، z=208 روپے

مشق 7.1

1. (i), (iv), (v), (vii), (viii), (x)
2. (i) 3 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 2 (v) 3 (vi) 2 (vii) 5
(viii) 2 (ix) 1 (x) 0
3. (i) $5x^2 + 15x$ (ii) $-13x - 12$ (iii) $7x^3 - 3x^2 - 10x$

(iv) $\frac{77}{10}x-\frac{1}{5}$ (v) $\frac{14}{3}x+4$ (vi) $3x^3+2x+4$

مشق 7.2

1. (i) $4x^2-2x+8$ 2. (i) $-x^2-4x-4$

(ii) 3p-5q+7r (ii) -2a-6b+7c

(iii) x^3+9x^2-2x+7 (iii) $-x^3+6x^2+7x-10$

(iv) $-a^3-7a^2+4a+10$ (iv) $-6a^5-a^4+3a^3+2a^2+16$

(v) 9x+2y (v) $7x^5-x^4-4x^2+x-9$

(vi) $8x^2-7x+5$

(vii) $-2y^2+y+9$

مشق 7.3

1. (i) $6x^2+5x-4$ (ii) x^2-4 (iii) y^3-1

(iv) a^3-b^3 (v) a^3+b^3 (vi) x^2-y^2

(vii) $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ (viii) $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$ (ix) $9a^2-16b^2$

(x) $8b^3-1$ (xi) $p^3+pq^2+pr^2+qp^2+q^3+qr^2+rp^2+rq^2+r^3$

(xii) l^3+m^3 (xiii) x^3-5x^2+3x+9 (xiv) $1-4x^2$

2. $2x^3+13x^2+22x+8$ 3. x^3+x^2+2x+2 4. 6x+13

مشق 7.4

1. (i) x+1 (ii) 2x+1 (iii) 3x+2 باقی = 2

(iv) 3x+1 (v) 3x-1 (vi) x+8

(vii) 5x+3 (viii) 3x-5 (ix) x^2+2x+1

(x) x^2+4x+1 (xi) x^2-x+1 (xii) x^2+x+1

(xiii) $x^2-2xy+y^2$ (xiv) $x^2+2xy+y^2$

مشق 7.5

1. (i) 1 (ii) 9 (iii) $28\frac{1}{2}$ (iv) $3\frac{5}{6}$ (v) 13 (vi) 52

2. (i) 32 (ii) -32 (iii) 252 (iv) 343 (v) -48
   (vi) -8 (vii) 60 (viii) $1\frac{3}{5}$ (ix) -3 (x) $2\frac{5}{7}$

مشق 7.6

1. x-10سال 2. $\frac{1}{3}$ y-2سال 3. (2a-4) روپے 4. (2x-3) میٹر

مشق 7.7

1- (i) {1} (ii) $\left\{6\frac{1}{2}\right\}$ (iii) {5} (iv) {1}
   (v) $\left\{3\frac{4}{11}\right\}$ (vi) {8} (vii) {1} (viii) {-18}
   (ix) {12} (x) $\left\{-\frac{7}{2}\right\}$

مشق 7.8

1. 6 2. روپے25 = مدیحہ ، روپے 50 = حرا
3. $m\angle A = 60^\circ$, $m\angle B = 30^\circ$, $m\angle C = 90^\circ$ 4. 25میٹر، 28میٹر 5. 10قلم
6. 34سال، 4سال 7. 6 کپ، 6 گلاس

مشق 8.1

1. 6000مربع میٹر 2. 320مربع میٹر 3. 525مربع میٹر
4. 300مربع میٹر 5. 400مربع میٹر 6. 37500مربع سینٹی میٹر
7. 8750مربع سینٹی میٹر 8. 40000مربع میٹر 9. 60000مربع میٹر
10. 2750مربع میٹر 11. 62.5مربع میٹر 12. 375مربع میٹر
13. 6750روپے 14. 4050روپے

مشق 8.2

1. (i) 66سم (ii) 30.8سم (iii) 31.42میٹر

   (iv) 132ڈم (v) 198سم (vi) 50.6سم

2. (i) 50.24سم (ii) 122.46سم (iii) 40.82سم

   (iv) 41.867سم (v) 62.8میٹر (vi) 75.84سم

3. (i) 7سم، 14سم (ii) 21سم، 42سم (iii) 28سم، 56سم

   (iv) 1.4سم، 2.8سم (v) 2.45سم، 4.9سم (vi) $\frac{1}{3}$cm, $\frac{2}{3}$cm

4. 792 میٹر 5. 13.2 سم 6. 6914.28 m

7. 70 میٹر 8. 9900 روپے 9. 4000 چکر

10. 242 روپے

مشق 8.3

1. (i) 10.5سینٹی میٹر، 346.5مربع سینٹی میٹر (ii) 20سینٹی میٹر، 314مربع سینٹی میٹر

   (iii) 12.6ڈم، 124.74مربع ڈم

   (iv) 8میٹر، 4میٹر (v) 28میٹر، 14میٹر

2. (i) 616مربع سم (ii) 3850مربع ڈم (iii) 1576.96مربع سینٹی میٹر

   (iv) 3118.5مربع ڈم (v) 346.5مربع میٹر (vi) 38.5مربع میٹر

3. (i) 28 میٹر (ii) 3.5 سم (iii) 7.7 میٹر (iv) 21ڈم

4. 186.34مربع سینٹی میٹر (5) 38.5مربع میٹر (6) 38.5مربع سم

7. 277.20روپے (8) 33.23روپے (9) 282.6روپے

10.31400 مربع میٹر 11. 308سینٹی میٹر

مشق 8.4

1. 924 مربع سینٹی میٹر 2. 2640 مربع سینٹی میٹر 3.3373.93مربع سینٹی میٹر

4. 81012 مربع سینٹی میٹر 5. 15714.28 روپے 6. 2090 روپے

7. (i) 1320 مربع سینٹی میٹر , 616 مربع سینٹی میٹر , 2552 مربع سینٹی میٹر

   (ii) 2200 مربع میٹر , 38.5 مربع میٹر , 2277 مربع میٹر

(iii) 3080 مربع سینٹی میٹر , 75.46 مربع سینٹی میٹر , 3230.92 مربع سینٹی میٹر

(iv) 79200 مربع سینٹی میٹر , 12474 مربع سینٹی میٹر , 104148 مربع سینٹی میٹر

مشق 8.5

1. (i) 602.88 مکعب سینٹی میٹر (ii) 6594 مکعب سم (iii) 3.9 سم

(iv) 28 سینٹی میٹر

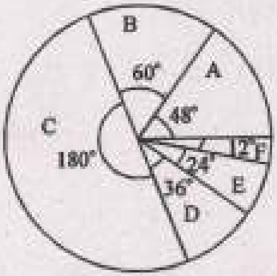
2. 21.56 مکعب میٹر 3. 693 مکعب سم 4. 1212.75 مکعب سم

5. 3.08 مکعب میٹر 6. 6034.28 مکعب ڈم 7. 2260.8 مکعب ڈم

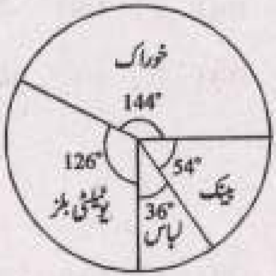
8. 251.2 مکعب میٹر

مشق 9.1

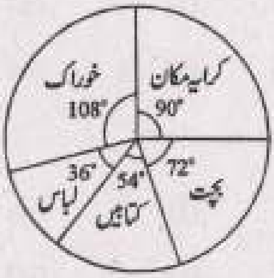
1-



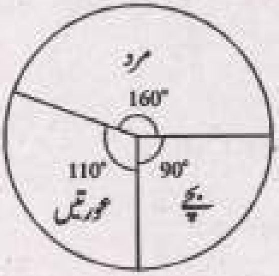
2-



3-



4-



5-

6-

جوابات (معروضی)

یونٹ 1:

1. (i) غ (ii) د (iii) د (iv) غ (v) د
   (vi) د (vii) د (viii) غ

2. (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\notin$ (iv) $\in$ (v) $\notin$ (vi) $\notin$

3. (i) N (ii) Z (iii) W (iv) E (v) O

4. (i) c (ii) d (iii) a (iv) d (v) c

یونٹ 2:

1. (i) د (ii) غ (iii) د (iv) غ (v) غ (vi) د

2. (i) +10 (ii) +12 (iii) -8 (iv) +5 (v) -2 (vi) -1

3. (i) -4 (ii) +4 (iii) +1 (iv) -1 (v) +2

4. (i) c (ii) b (iii) b (iv) d (v) a

یونٹ 3:

1. (i) د (ii) غ

2. (i) -2 (ii) +1 (iii) +1 (iv) -4 (v) $\frac{-3}{2}$ (vi) -1
   (vii) $\frac{-3}{2}$ (viii) $\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}$

3. (i) -3 (ii) +3 (iii) +4 (iv) -4 (v) +6

4. (i) +1 (ii) -2 (iii) $\frac{-1}{3}$ (iv) +4 (v) $+\frac{3}{2}$

یونٹ 4:

1. (i) د (ii) د (iii) غ (iv) غ (v) د (vi) د (vii) د
2. (i) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ (ii) 9 (iii) $\frac{4}{9}$ (iv) $\frac{2}{3}$ (v) $\sqrt{ab}$
   (vi) 6 (vii) 4
3. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{6}{5}$ (iv) $\frac{5}{6}$ (v) $\frac{3}{4}$ (vi) $\frac{4}{3}$
4. (i) $\frac{9}{16}$ (ii) $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) 1.3 (v) 1.1

یونٹ 5:

1. (i) د (ii) غ (iii) د (iv) د (v) غ
2. (i) نفع (ii) نقصان (iii) قیمت خرید (iv) نقصان (v) 110روپے
   (vi) 90روپے
3. (i) 80% (ii) 75% (iii) 50% (iv) 40% (v) 20%
4. (i) 25%نفع (ii) 20%نقصان (iii) 25%نقصان (iv) 25%نفع (v) 100%نفع

یونٹ 6:

1. (i) غ (ii) د (iii) د (iv) د (v) غ (vi) د (vii) د (viii) د
2. (i) 1:1 (ii) 4800 (iii) 128 (iv) 96 (v) $\frac{21}{8}$ (vi) 32 (vii) bc
   (viii) 20:15:12
3. (i) a (ii) a (iii) b (iv) a (v) d
4. $(a \longleftrightarrow (iii))$ $(b \longleftrightarrow (v))$ $(c \longleftrightarrow (viii))$ $(d \longleftrightarrow (i))$
   $(e \longleftrightarrow (ii))$ $(f \longleftrightarrow (iv))$ $(g \longleftrightarrow (vii))$ $(h \longleftrightarrow (vi))$

یونٹ 7:

1. (i) د (ii) د (iii) د (iv) غ (v) غ (vi) غ (vii) غ (viii) د
(ix) غ (x) د

2. (i) ایک درجی (ii) مستقل مقدار (iii) مساوات (iv) ایک درجی (v) غیر مساوات
(vi) $\frac{3b}{a}$ (vii) $x^3y^3 + xy$ (viii) 2 (ix) 12 (x) $x^2 - y^2$
(xi) $2x^2 + x + 4$

3. (i) (c) (ii) c (iii) b (iv) a (v) c (vi) c

4. $(a \longleftrightarrow (iii))$ $(b \longleftrightarrow (v))$ $(c \longleftrightarrow (vii))$ $(d \longleftrightarrow (vi)$
$(e \longleftrightarrow (viii))$ $(f \longleftrightarrow (iv))$ $(g \longleftrightarrow (ii))$ $(h \longleftrightarrow (i))$

یونٹ 8:

1. (i) د (ii) غ (iii) د (iv) د (v) د - (vi) غ

2. (i) $2\pi r$ (ii) πa^2 (iii) $\frac{22}{7}$ (iv) d (v) $\pi r^2 h$ (vi) $2\pi rh$
(vii) $2\pi r(r + h)$

3. (i) $2\pi r$ (ii) πr^2 (iii) $\pi r^2 h$ (iv) $2\pi rh$ (v) $2\pi r(r + h)$

4. (i) d (ii) d (iii) a (iv) c (v) b

یونٹ 9:

1. (i) غ (ii) غ (iii) د (iv) غ (v) د (vi) غ (vii) د

2. (i) غیر مشترک (ii) دائروی (iii) 90° (iv) غیر گروہی (v) تعدد (vi) مشتقل
(vii) بالائی حد (viii) زیریں حد

3. (i) b (ii) c (iii) (A) b (B) d (C) d (D) a

4. $(a \longleftrightarrow (iii))$ $(b \longleftrightarrow (iv))$ $(c \longleftrightarrow (v))$ $(d \longleftrightarrow (i))$ $(e \longleftrightarrow (ii))$