

Progetto di una Unità di Apprendimento *flipped*

Dati dell'Unità di Apprendimento

Titolo: Quante volte si può piegare su se stesso un foglio di carta?

Scuola: Scuola secondaria di primo grado

Materia: Matematica

Classe: prima

Argomento curricolare:

Elevamento a potenza e notazione esponenziale (cenni)

La Sfida. Come si attiva l'interesse e la motivazione degli allievi:

L'interesse dei ragazzi viene stimolato chiedendo loro di:

- a) prendere un foglio di carta A4 (come compito per casa), e provare ad effettuare il maggior numero possibile di piegature (il foglio deve essere sempre piegato a metà). Chi supera le otto volte vince la sfida;
- b) visualizzare prima della lezione un video caricato in piattaforma <https://www.youtube.com/watch?v=u5HjkZhMGJw> (il video è in lingua inglese, ma non è un problema perché non sono importanti le parole, ma quanto viene mostrato);
- c) riflettere su una serie di domande (il cui file si trova in piattaforma):
 - Il numero di piegature dipende dalla grandezza del foglio?
 - A parità di dimensioni del foglio, numero di piegature dipende dal materiale di cui è composto il foglio stesso?
 - Ad ogni piegatura effettuata quanti strati hai ottenuto?
 - Ipotizziamo che il foglio possa essere piegato su se stesso 42 volte, quanti strati si formerebbero?
 - Quale spessore avrebbe il foglio piegato 42 volte?

Lancio della Sfida. Quali attività si svolgono prima o in apertura della lezione:

Prima della lezione, come compito per casa, si chiede agli alunni di:

- scattare e caricare in piattaforma moodle una foto in cui compaiano il foglietto piegato e, a fianco, un altro foglio (per esempio, un post-it) con su scritto il numero di piegature effettuate;
- reperire e portare a scuola il materiale che potrebbe essere utile per rispondere (fornendo dati scientifici) alle domande poste dal docente in piattaforma.

Condurre la sfida. Quali attività si svolgono per rispondere alla sfida:

A scuola:

I ragazzi vengono divisi in piccoli gruppi e viene chiesto loro, in un primo momento, di confrontarsi sull'attività svolta per casa. Successivamente, gli alunni vengono incoraggiati a rispondere alle domande caricate dal docente in piattaforma, utilizzando il materiale da loro portato. Per facilitare lo svolgimento delle numerose attività che seguono, viene consegnata a ciascun gruppo una scheda da compilare in cui le diverse fasi sono ben esplicitate (vedi allegato 1).

Attività 1

Rispondere alla domanda: “Il numero di piegature dipende dalla grandezza del foglio?”

Gli studenti proveranno a tagliare fogli di carta di diverse dimensioni e ad effettuare il numero massimo di piegature. I risultati ottenuti saranno riportati in apposite tabelle.

Attività 2

Rispondere alla domanda: “A parità di dimensioni del foglio, il numero di piegature dipende dal materiale di cui è composto il foglio stesso?”

Si suppone che gli studenti abbiano portato a scuola dei fogli di materiale diverso (velina, stagnola, cartoncino, ...), se così non fosse sarà l'insegnante a fornire ad ogni gruppo il materiale necessario.

Gli allievi proveranno ad effettuare le piegature utilizzando i diversi materiali a disposizione e riporteranno in opportune tabelle i risultati ottenuti.

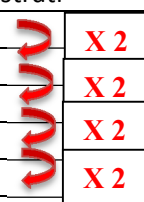
Attività 3

Rispondere alla domanda: “ Ad ogni piega effettuata quanti strati hai ottenuto?”

Gli studenti conteranno ad ogni piega gli strati ottenuti e riporteranno i dati in una tabella.

Si chiederà loro: “cosa notate osservando i risultati?” Qualcuno noterà che il numero di strati ottenuto raddoppia ad ogni piega, come si può osservare dalla tabella qui sotto riportata.

N° piegature	N° strati
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9



Si chiede agli allievi di esprimere il numero di strati moltiplicando il fattore 2 il numero necessario di volte.

N° piegature	N° strati
0	1
1	2
2	4 = 2x2
3	8 = 2x2x2
4	16 = 2x2x2x2
5	32 = 2x2x2x2x2
6	64 = 2x2x2x2x2x2
7	128 = 2x2x2x2x2x2x2
8	256 = 2x2x2x2x2x2x2x2
9

Si domanda infine di esprimere la moltiplicazione sotto forma di potenza in base 2. Alcuni ragazzi avranno già affrontato l'argomento dell'elevamento a potenza alla scuola primaria e quindi saranno già in grado di svolgere la consegna in modo autonomo, altri ragazzi, al contrario, non avranno le conoscenze per poterlo fare. Verrà chiesto ai ragazzi “più esperti” di essere una guida per i loro compagni (tale attività sarà organizzata al momento, sulla base del numero di tali esperti). Se necessario, l'insegnante può intervenire fornendo ulteriori chiarimenti.

N° piegature	N° strati
0	$1 = 2^0$
1	$2 = 2^1$
2	$4 = 2 \times 2 = 2^2$
3	$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$
4	$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
5	$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$
6	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
7	$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$
8	$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$
9

Guardando le potenze appena scritte cosa si nota? I ragazzi sicuramente noteranno **che l'esponente è uguale al numero di piegature effettuate**. Questo permetterà loro di rispondere facilmente alla domanda dell'attività successiva il cui quesito sembrava essere difficile da risolvere.

Attività 4

"Ipotizziamo che il foglio possa essere piegato su se stesso 42 volte quanti strati si formerebbero?"

La risposta ora è immediata: 2^{42} strati

L'insegnante si complimenta con chi è arrivato fino a questo punto e chiede di indicare 2^{42} a quale numero corrisponde. Sarà un numero tanto grande? E' possibile calcolarlo a mente o si ha bisogno di un aiuto?

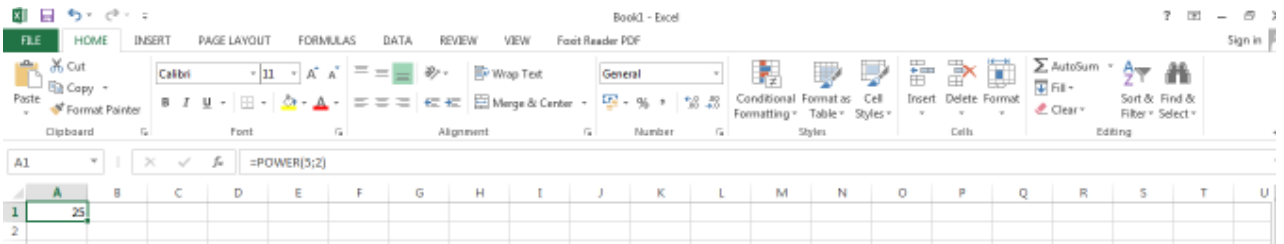
I ragazzi si rendono conto immediatamente che per rispondere a questa domanda bisogna avere una calcolatrice. Anche in questo caso se i gruppi non hanno una calcolatrice l'insegnante ne fornirà una. I ragazzi dovranno stare molto attenti a moltiplicare il numero di fattori corretti (sono tanti, è facile sbagliare!). Cosa si può fare per assicurarsi di aver operato correttamente? Ogni gruppo metterà in atto le proprie strategie (per esempio, ripetere il calcolo più volte confrontando i risultati, far svolgere il calcolo a compagni diversi, ...).

L'insegnante in questo momento può illustrare il funzionamento di due strumenti di calcolo molto utili proprio a questo scopo:

- La calcolatrice scientifica (con un unico tasto si possono calcolare potenze anche molto grandi)



- Il foglio di calcolo excel (lo si proietta alla Lavagna Interattiva Multimediale e si scrive una semplice formula =POWER(X;Y) dove x è la base e y l'esponente)



Con l'aiuto della calcolatrice o del foglio excel viene calcolato il numero, il quale risulta veramente molto grande e difficile da leggere.

4 398 046 511 104 = quattromilatrecentonovantotto miliardi, quarantasei milioni, cinquecentoundici mila e centoquattro strati

Questo numero difficile da leggere e da scrivere non può essere espresso in un modo più semplice? Qualcuno di loro si sarà accorto che la propria calcolatrice ha dato un risultato non del tutto numerico, ma era presente anche una lettera: la lettera "E"; oppure alla fine del numero era scritto $\times 10^{12}$ (dipende dal tipo di calcolatrice utilizzata). In questo momento l'insegnante introdurrà il concetto di notazione esponenziale e spiegherà quando viene utilizzata (per esempio, per esprimere numeri molto grandi). In questa sede l'argomento della notazione esponenziale verrà solo accennato e sarà il docente a decidere, in completa autonomia, se approfondirlo in un futuro in base al livello della classe.

Attività 5

Rispondere alla domanda: "Quale spessore avrebbe il foglio piegato 42 volte?"

Ciascun gruppo avrà a disposizione un righello per misurare lo spessore di uno strato e poi effettuare gli opportuni calcoli per conoscere lo spessore delle 42 piegature. I ragazzi proveranno a misurare lo spessore, ma si accorgeranno subito che con il righello non è possibile essere precisi: lo spessore di 1 foglio è molto minore di 1 mm. Ad ogni gruppo verrà chiesto di pensare ad una strategia per risolvere il problema della misurazione. L'insegnante ascolterà le risposte degli studenti e cercherà di guidarli verso un corretto ragionamento che li porti a sovrapporre più fogli fino ad ottenere uno spessore misurabile con il righello. Andando poi a dividere lo spessore misurato per il numero di fogli ecco che magicamente si trova la risposta.

Spessore di 10 fogli sovrapposti = 1 mm

Spessore 1 strato = spessore 10 fogli / numero dei fogli = 1 mm / 10 = 0,1 mm

Conoscendo ora lo spessore di un foglio, con una semplice moltiplicazione si può ricavare lo spessore di 42 piegature.

Spessore 42 piegature = numero strati presenti in 42 piegature x spessore di uno strato

4 398 046 511 104 x 0,1 mm = 439 804 651 110, 4 mm

Viene chiesto ai ragazzi di trasformare con una semplice equivalenza il dato in km.

439 804 651 110, 4 mm = 439 804, 6511104 Km \approx 439 804 km (consideriamo solo la parte intera del numero)

Assieme cerchiamo di capire se questi km sono tanti o pochi.

Con l'aiuto di *google maps*, utilizzando la LIM, calcoliamo:

- la distanza da scuola a casa (..... km);
- la distanza da Vicenza a Roma (530 km);
- la lunghezza di tutta l'Italia (1300 km).

ancora troppo pochi...

Con l'aiuto di internet proviamo a verificare:

- la Circonferenza della Terra (40.075 km ... ancora troppo pochi);
- la Distanza Terra-Luna (384.400 km ... siamo molto vicini);
- la Circonferenza di Giove (439.264 km ... ci siamo!!).

Abbiamo verificato che se noi piegassimo un foglietto 42 volte, il suo spessore sarebbe paragonabile alla circonferenza del pianeta Giove.

Chiusura della sfida. Quali attività di verifica degli apprendimenti concludono l'attività didattica:

L'insegnante assieme agli studenti ripercorre tutte le fasi dell'attività, cercando di formalizzare le nuove conoscenze emerse, facendo loro riflettere su quanto appreso e chiarendo eventuali dubbi.

Gli studenti saranno valutati in diversi momenti dell'attività:

- 1) Come prima cosa l'insegnante si assicurerà che i ragazzi abbiano svolto quanto assegnato per casa in tre modi:
 - a) verificherà che in piattaforma moodle siano state caricate le foto;
 - b) verificherà se è stato portato a scuola il materiale necessario allo svolgimento dell'attività;
 - c) porrà ai ragazzi delle semplici domande in classe per verificare se hanno riflettuto su quanto proposto e se hanno visionato il video caricato.
- 2) I ragazzi verranno valutati, inoltre, mediante osservazioni sistematiche durante i lavori di gruppo.
- 3) Nei giorni successivi all'attività, verrà somministrata una verifica in classe che andrà a valutare se i concetti di potenza e di notazione esponenziale (se trattata), sono stati appresi dai ragazzi.

Riflessione finale. In che modo l'approccio proposto differisce dal suo approccio tradizionale:

Fino a questo momento, introducevo il concetto di potenza partendo dalla definizione e ricavando da questa la procedura. Successivamente chiedevo agli studenti di applicare quanto studiato mediante la risoluzione di esercizi meccanici, il cui livello di difficoltà era crescente. Solamente dopo che gli allievi avevano raggiunto una certa sicurezza, fornivo loro quesiti più sfidanti. Gli alunni si avvicinavano al nuovo argomento senza entusiasmo, come l'ennesima cosa in più da studiare.

Con questo nuovo approccio i ragazzi vengono stimolati e invogliati sin dall'inizio a mettersi in gioco e si accorgono, in breve tempo, di essere loro stessi gli artefici del loro apprendimento e non solo degli spettatori inerti.

Allegati: in numero di 2, (scheda operativa e verifica)

DATA:
CLASSE:
NOMI DEI PARTECIPANTI:

Allegato 1

SCHEDA OPERATIVA

Attività 1:

“Il numero di piegature dipende dalla grandezza del foglio?”

1.1 Effettuate le piegature utilizzando fogli di diverse dimensioni da voi scelti e compilate la tabella.

Dimensioni foglio	N° piegature
A4 (29.7 cm x21 cm)	

1.2 Sulla base dei dati ottenuti rispondete alla domanda iniziale.

Attività 2:

“A parità di dimensioni del foglio, il numero di piegature dipende dal materiale di cui è composto il foglio stesso?”

2.1 Provate ad effettuare le piegature utilizzando i diversi materiali a disposizione e riportate i risultati ottenuti nella tabella.

Materiale	N° piegature
Carta	
stagnola	
velina	
cartoncino	
Altro...	
Altro...	

2.2 Sulla base dei dati ottenuti rispondete alla domanda iniziale.

Attività 3:

“Ad ogni piega effettuata, quanti strati hai ottenuto?”

3.1 Contate gli strati ottenuti ad ogni piega e riportate i dati in una tabella.

N° piegature	N° strati
0	1
1	2
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

3.2 Cosa notate osservando la tabella?

3.3 Provate ad esprimere il numero di strati moltiplicando il fattore 2 il numero necessario di volte. Compilate la tabella come nell'esempio.

N° piegature	N° strati (espressi come moltiplicazione del fattore 2)
0	1
1	2
2	4 = 2x2 (esempio)
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

3.4 Esprimerete la moltiplicazione sotto forma di potenza in base 2. Compilate la tabella come nell'esempio.

N° piegature	N° strati
0	1 = 2 ⁰
1	2 = 2 ¹
2	4 = 2x2 = 2 ²
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

3.5 Guardando le potenze appena scritte cosa osservate?

Attività 4:

“Ipotesizziamo che il foglio possa essere piegato su se stesso 42 volte, quanti strati si formerebbero?”

4.1 Rispondete alla domanda compilando la tabellina.

N° piegature	N° strati
42	2^{42}

4.2 A quale numero corrisponde 2^{42} ?

$2^{42} =$ _____

4.3 Per evitare errori di calcolo o di distrazione, quali strategie avete messo in atto?

4.4 Siete capaci di leggere questo numero grandissimo? Notate qualcosa di strano nel display della calcolatrice? Riportate esattamente quello che vedete.

Attività 5:

“Quale spessore avrebbe il foglio piegato 42 volte?”

5.1 Quanto misura lo spessore di un foglio? Scrivete il procedimento che avete attuato oltre al risultato.

Procedimento:

Risultato:

Spessore di 1 foglio = _____

5.2 Ora che sapete quanto è spesso 1 foglio, siete capaci di calcolare qual è lo spessore di 1 foglio piegato 42 volte?

Procedimento:

Risultato:

Spessore foglio piegato 42 volte = _____

5.3 Trasformate con una semplice equivalenza il dato ottenuto in km.

_____ mm = _____ Km

_____ km (riscrivete solo la parte intera del numero)

5.4 Sono tanti o pochi i Km ottenuti secondo voi? Proviamo a farci un'idea...

Con l'aiuto di *google maps* e di internet, utilizzando la LIM, calcolate:

- la distanza in km da scuola a casa _____
- la distanza da Vicenza a Roma _____
- la lunghezza di tutta l'Italia _____

... ancora troppo pochi? Provate a catapultarvi nel Sistema solare.

- misura della circonferenza del pianeta Terra _____
- misura della distanza Terra-Luna _____
- misura della circonferenza del pianeta Giove _____

5.5 Cosa avete verificato? Se riusciste a piegare un foglietto 42 volte, il suo spessore sarebbe paragonabile a cosa?

DATA :
CLASSE:
NOME E COGNOME:

Allegato 2

VERIFICA

Completa la tabella:

potenza	base	esponente
7^3		
	2	4
64	4	

Segna V o F:

- a) 3^4 è uguale al prodotto 3×4 V F
b) 3^4 è uguale al prodotto $4 \times 4 \times 4$ V F
c) 3^4 è uguale al prodotto $3 \times 3 \times 3 \times 3$ V F

Calcola le seguenti potenze

$$\begin{array}{ll} 5^3 = & 7^2 = \\ 3^4 = & 1^7 = \\ 10^5 = & 8^1 = \\ 11^0 = & 1^0 = \end{array}$$

Scrivi sotto forma di potenza:

$$\begin{array}{ll} 3 \times 3 \times 3 = & 7 \times 7 \times 7 = \\ 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = & 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \\ 6 \times 6 = & 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = \end{array}$$

Rispondi alle seguenti domande

Se prendi un foglio di carta A4 dallo spessore di 0,1 mm e lo pieghi 7 volte:

- quanti strati ottieni? _____
- Quanto sarà il suo spessore? (Esprimi il risultato in cm) _____

Risolvi il seguente indovinello:

Per la strada che porta a Camogli
 Passava un uomo con sette mogli
 Ogni moglie aveva sette sacche
 In ogni sacca sette gatte
 Ogni gatta sette gattini.

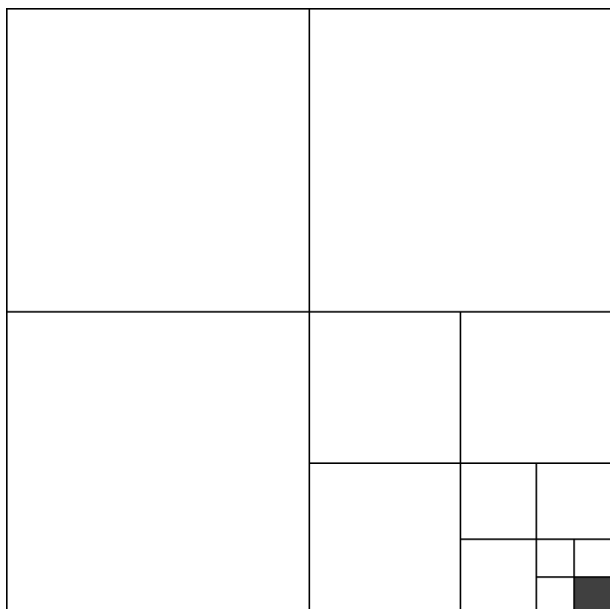


Camogli

Quante sono le mogli? _____
 Quante sono le sacche? _____
 Quante sono le gatte? _____
 Quanti sono i gattini? _____

Fra gattini, gatte, sacche e mogli, in quanti andavano a Camogli? _____

Sapendo che il lato del quadratino colorato misura 1 cm:



- a) calcola il lato del quadrato grande

- b) esprimi il risultato sotto forma di
 potenza in base 2

- c) calcola l'area del quadrato grande,
 esprimendo il risultato sotto forma di
 potenza in base 2

Scrivi il seguente numero utilizzando la notazione esponenziale:

260 000 000 = _____

Il numero 9 000 000 000 000 è stato scritto in vari modi. Qual è quello errato?

- a) 9000 miliardi
- b) $0,9 \times 10^{13}$
- c) 9×10^{12}
- d) 9×10^{13}